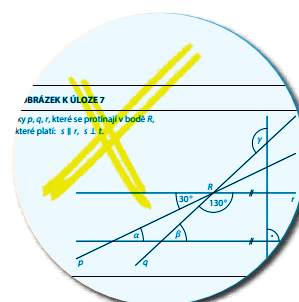
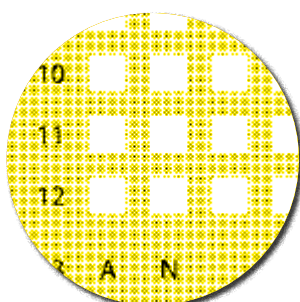
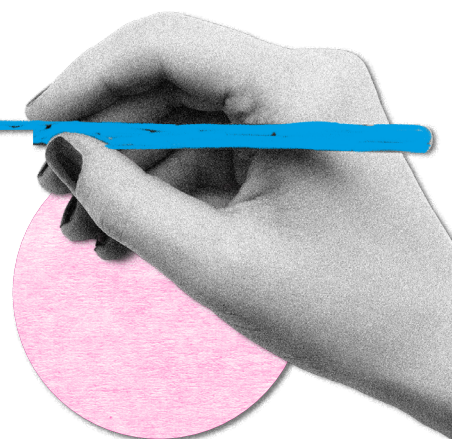




s postupem!

Didaktický test z matematiky

V záznamovém



$$\begin{aligned} a. 14_n^4 &= 7_n^2 = 2_n^2 \\ b. 24_n^5 &= 3_n^4 = 6_n \\ c. 25_c^8 &= 5_c^3 = 5_c^5 \\ d. 42_g^9 &= 6_g^2 = 7_g \\ e. 84_n^{18} &= 12_n^6 = 7_n^3 \\ f. 56_b^6 &= 7_b^3 = 8_b \\ g. 27_j^5 &= 2_j^{2/3} \end{aligned}$$



ŘEŠENÍ JEDNOTLIVÝCH ÚLOH KROK ZA KROKEM PRO OSMILETÁ GYMNÁZIA

max. 4 body

1 Doplňte do rámečku takové číslo, aby platila rovnost.

V záznamovém archu uveďte čísla doplněná do rámečků.

1.1

$$\boxed{} : 11 = (5 + 5 \cdot 20) - 101$$

1.2

$$(188 - 152) : (1 + \boxed{}) = 4 + 20 : 4$$

Jak přemýšlím?

1. Soustředím se, abych počítal správně. Dávám pozor na to, co má přednost. Násobení a dělení má přednost před sčítáním a odčítáním, to bývá nejčastější chyba v tomto typu příkladů.
2. Jednu stranu rovnice znám vždy celou, a tak ji nejdříve vypočítám, abych znal výsledek, kterému se má rovnat strana, kde je potřeba doplnit správné číslo.

Výpočet

1.1 Nejdřív vypočítám pravou stranu. Dávám pozor na přednost, nesmím sečíst $5 + 5$, protože sčítání přednost nemá.

$$(5 + 5 \cdot 20) - 101 = (5 + 100) - 101 = 105 - 101 = 4$$

Levá strana se tedy musí rovnat číslu 4. Přemýšlím, jaké číslo vydělím 11, abych dostal číslo 4. Na číslo přijdu tak, že spolu čísla 11 a 4 vynásobím.

$$11 \cdot 4 = 44$$

Nakonec si jen ověřím, jestli je moje číslo správné.

$$44 : 11 = 4$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 44.

Výpočet

1.2 Nejdřív vypočítám pravou stranu. Dávám pozor na přednost, nesmím sečíst $4 + 20$, protože sčítání přednost nemá.

$$4 + 20 : 4 = 4 + 5 = 9$$

Levá strana se musí rovnat číslu 9. Vidím, že levou stranu tvoří dvě závorky, vypočítám si nejdřív tu první.

$$(188 - 152) : (1 + \quad) = 9$$
$$36 : (1 + \quad) = 9$$

Přemýšlím, čím vydělit číslo 36 (výsledek první závorky), aby byl výsledek 9. Na správné číslo přijdu tak, že číslo 36 vydělím číslem 9.

$$36 : 9 = 4$$

Druhá závorka musí vycházet 4. V závorce je $1 + \underline{\quad}$. Správné číslo, které musím doplnit, bude číslo 3.

$$36 : (1 + 3) = 9$$

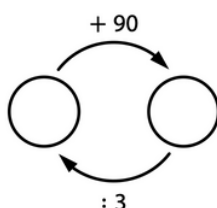
SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 3.

2.1 Tabulka má obsahovat všechna celá čísla od 0 do 8. Do prázdných polí tabulky se doplní chybějící čísla tak, aby byl součet v každém sloupci i v každém řádku stejný.

0		
		2
	1	3

Určete číslo, které patří do prostředního pole tabulky.

2.2 V diagramu se do prázdných kroužků doplní taková čísla, aby byly všechny výpočty provedené ve směru šipek správné.



Určete obě čísla doplněná do prázdných kroužků.

Jak přemýšlím?

2.1

- Samozřejmě mohu čísla do volných polí zkoušet různě dopisovat a snažit se zjistit správnou odpověď. Vždy je však lepší najít způsob, jak na odpověď přijít nějakým logickým postupem a neplýtvat časem.
- Vím, že se zde objeví devět čísel: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. V každém řádku i v každém sloupci má být stejný součet. Když sečtu všech devět čísel, zjistím součet například všech tří řádků. Pak už bude snadné zjistit, jaký je součet jednoho řádku, jednoduše součet všech čísel vydělím třemi.
- Doplním postupně všechna čísla tak, abych splnil pravidla ze zadání a zároveň přišel na číslo v prostředním poli tabulky.

Výpočet

2.1

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

$$36 : 3 = 12$$

Součet v každém řádku i sloupci musí být 12. Začnu postupně doplňovat čísla. Nejdříve doplním čísla do řádků a sloupců, kde již dvě ze tří čísel znám.

0		7
		2
8	1	3

Pak doplním další v prvním řádku a prvním sloupci

0	5	7
4		2
8	1	3

Doplním poslední číslo a zkontroluji, že mi součet všech řádků a sloupců dává číslo dvanáct.

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE

0	5	7
4	6	2
8	1	3

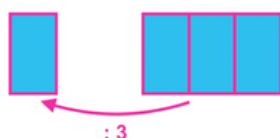
Jak přemýšlím?

2.2

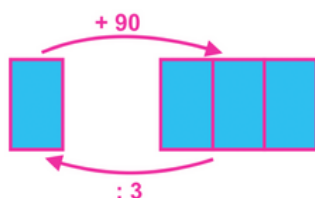
1. Zase mohu čísla do volných polí různě zkoušet dopisovat a snažit se zjistit správnou odpověď. Dřív nebo později bych se měl ke správnému výsledku dostat. Lepší ale opět bude najít způsob, jak na odpověď přijít nějakým logickým postupem.
2. Zamyslím se nad číselnými operacemi, které se s číslem dějí směrem doprava a pak zpět. A budu se mezi nimi snažit najít nějakou souvislost.

Výpočet

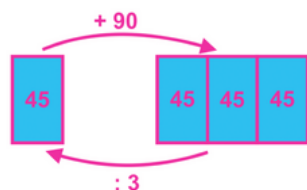
Pomohu si jednoduchým obrázkem, kde uvidím, co se s číslem děje, když ho vydělím třemi.



Vidím, že z čísla, které dělím třemi, zmizí dva ze tří stejně velkých dílků (dvě třetiny). Když si nad obrázek dopíšu operaci, která se děje ve směru doprava, už budu velice blízko ke správné odpovědi.



Vidím, že když k jednomu dílku přičtu číslo 90, číslo se mi zvětší o dva dílky. Tyto dva dílky musí být dohromady 90. Jeden dílek tedy bude $90 : 2 = 45$



Číslo vlevo bude tedy 45 a vpravo $45 + 45 + 45 = 135$.

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 45 A 135.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 3

max. 4 body

Mirek má menší jízdní kolo než jeho táta. Mirek na rovné cestě zjišťoval, kolikrát se u obou jízdních kol otočí přední kolo, jestliže obě jízdní kola urazí stejnou vzdálenost. Když se Mirkovo přední kolo otočilo 30krát, tátovo přední kolo se otočilo jen 25krát.

3 Mirek a jeho táta urazili na svých jízdních kolech stejnou vzdálenost.

Vypočtete, kolikrát se otočilo Mirkovo přední kolo,

3.1 jestliže se tátovo přední kolo otočilo 30krát,

3.2 jestliže tátovo přední kolo vykonalo o 30 otáček méně než Mirkovo přední kolo.

Jak přemýšlím?

1. Úlohu si pečlivě přečtu a zaměřím se na důležité informace, které mi pomohou dojít ke správnému výsledku.
2. Nejdůležitější z celého zadání je poslední věta, kde se dozvím, že když se Mirkovo kolo otočí 30krát, tátovo kolo se otočí 25krát.
3. Budu se snažit tuto informaci nějak zjednodušit a obě čísla zmenšit tak, aby se mi s nimi lépe počítalo.

Výpočet

3.1 Mirkovo kolo se otočí 30krát = tátovo kolo se otočí 25krát.

S tímto vztahem se dá krásně pracovat. Mohl bych například obě čísla vynásobit číslem 2.

Mirkovo kolo se otočí 60krát = tátovo kolo se otočí 50krát.

S vysokými čísly se ale hůře počítá, proto bych potřeboval čísla spíše zmenšit.

Zkusím tedy obě čísla vydělit nějakým společným dělitelem. Jediné číslo, kterým lze vydělit 25 i 30, je číslo 5.

$$30 : 5 = 6$$

$$25 : 5 = 5$$

NEJJEDNODUŠŠÍ SITUACE: Mirkovo kolo se otočí 6krát = tátovo kolo se otočí 5krát.

Kolikrát se bude opakovat nejjednodušší situace, aby se tatínkovo kolo otočilo 30krát?

$$30 : 5 = 6$$

Nejjednodušší situace se zopakuje šestkrát.

Mirkovo kolo se otočí 36krát ($6 \cdot 6$) = tátovo kolo se otočí 30krát ($5 \cdot 6$).

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 36KRÁT.

Výpočet

3.2 Budeme vycházet z nejjednodušší situace, kdy se tatínkovo kolo otočí o jednu otočku méně než Mirkovo.

Chceme, aby se tatínkovo kolo otočilo o třicet otoček méně než Mirkovo.

Nejjednodušší situace se tedy bude opakovat 30krát.

Mirkovo kolo se otočí 180krát ($6 \cdot 30$) = tátovo kolo se otočí 150krát ($5 \cdot 30$).

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 180KRÁT.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Velká kulička váží 30 gramů a malá kulička váží 20 gramů.

max. 3 body

Anička položila na prázdnou váhu určitý počet velkých kuliček a dvojnásobný počet malých kuliček. Váha ukázala celkovou hmotnost 560 gramů.

4 Určete

4.1 počet všech kuliček (malých i velkých dohromady) položených na váze,

4.2 v gramech celkovou hmotnost všech malých kuliček položených na váze.

Jak přemýšlím?

1. Pozorně čtu zadání. Mohu si podtrhnout důležité informace, které budu následně používat při výpočtu.
2. Úlohu určitě mohu řešit tipováním počtu malých a velkých kuliček se zachováním pravidla, že malých je dvojnásobný počet. Následně dopočítám celkovou hmotnost, a pokud bude nízká, budu kuličky přidávat, a pokud naopak bude vysoká, budu ubírat.
3. Lepší ovšem bude zvolit nějaký promyšlenější postup, s nímž k výsledku dojdou rychleji než tipováním a ušetřím si tak čas.
4. Úlohy na sebe často navazují, takže pravděpodobně to, na co přijdu v úloze 4.1, mohu použít i dále v úloze 4.2.

Výpočet

4.1 Vytvoříme opět nejmenší balíček kuliček, kdy zároveň dodržíme pravidlo ze zadání, že malých je dvojnásobný počet.



$$30g + 20g + 20g = 70g$$

NEJMENŠÍ BALÍČEK:

V tomto balíčku mám jednu velkou kuličku a dvě malé kuličky. Dohromady všechny váží 70 gramů.

Kolik těchto balíčků budu muset mít, aby celková hmotnost byla 560 gramů?

$$560 : 70 = 8 \text{ balíčků}$$

Každý balíček obsahuje celkem 3 kuličky (jednu velkou a dvě malé).

$$8 \cdot 3 = 24 \text{ kuliček}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 24.

4.2 Každý balíček obsahuje dvě malé kuličky. Máme celkem 8 balíčků.

$$2 \cdot 8 = 16 \text{ malých kuliček}$$

Jedna malá kulička váží 20 gramů.

$$16 \cdot 20 = 320 \text{ gramů}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 320 GRAMŮ.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

max. 5 bodů

Náš dům má tři patra a bydlí v něm celkem 11 dětí.

V prvním a druhém patře bydlí dohromady 8 dětí.

Ve druhém patře bydlí jen dívky.

V prvním a třetím patře bydlí dohromady 5 chlapců a 3 dívky.

Ze všech chlapců z našeho domu pouze 3 chlapci nebydlí ve třetím patře.

5 Vypočtete,

5.1 kolik chlapců bydlí ve druhém patře,

5.2 kolik dětí bydlí v prvním patře,

5.3 kolik dívek bydlí v našem domě.

Jak přemýšlím?

1. Čeká mě těžká úloha plná informací, které spolu souvisejí. Úlohu si pozorně pročtu a rozmyslím se, jaký zvolím způsob řešení.
2. Často může pomoci nakreslit si pomocný obrázek a informace si do něj postupně znázorňovat.
3. První ze tří otázek bývá velice jednoduchá. Pokud nedokážu vyřešit celou úlohu, zkusím odpovědět alespoň na první otázku a získat tak nějaké body.

Výpočet

5.1 Ke správné odpovědi nemusím nic počítat, stačí pozorně číst. V zadání je napsáno, že ve druhém patře bydlí jen dívky.

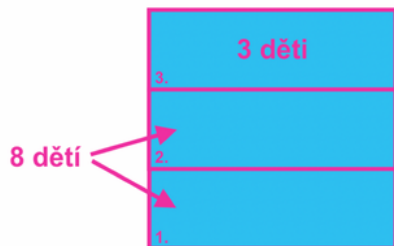
SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 0 CHLAPCŮ.

Výpočet

5.2 V prvním a druhém patře bydlí 8 dětí a celkem je dětí 11.

$$11 - 8 = 3$$

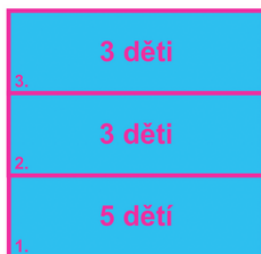
Ve třetím patře tedy musí bydlet 3 děti.



V prvním a třetím patře bydlí dohromady 5 chlapců a 3 dívky, tedy celkem 8 dětí. O třetím patře již vím, že v něm bydlí 3 děti.

$$8 - 3 = 5$$

V prvním patře tedy bydlí 5 dětí. Ve druhém patře pak bydlí 3 děti, aby celkový počet byl 11.



SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 5 DĚTÍ.

5.3 Víím, že ve druhém patře bydlí jen dívky. Ve druhém patře bydlí 3 děti. Máme tedy už 3 dívky.

Jde nám tedy ještě o dívky, které bydlí buď v prvním, nebo ve třetím patře.

K tomu nám krásně stačí informace ze zadání, která říká, že v prvním a třetím patře bydlí dohromady 5 chlapců a 3 dívky.

$$3 \text{ dívky (2. patro)} + 3 \text{ dívky (1. + 3. patro)} = 6 \text{ dívek}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 6 DÍVEK.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

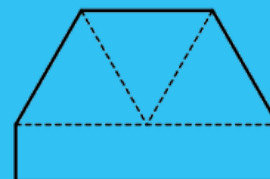
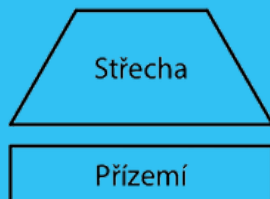
max. 4 body

Šestiúhelník tvaru domečku má obvod 24 cm.

Domeček lze rozdělit na dva čtyřúhelníky – střechu a přízemí.

Oba tyto čtyřúhelníky mají **stejný obvod**.

Střecha je složena ze tří rovnostranných trojúhelníků, přízemí má tvar obdélníku.



6 Vypočtete v cm

6.1 obvod čtyřúhelníku představujícího střechu,

6.2 délku kratší strany obdélníku představujícího přízemí.

Jak přemýšlím?

1. Pozorně si přečtu zadání a prohlédnu si jednotlivé obrázky. Soustředím se na nejdůležitější informace a ty si v zadání rovnou podtrhnu.

2. Vzpomenu si, co vím o rovnostranném trojúhelníku: všechny strany má stejně dlouhé.

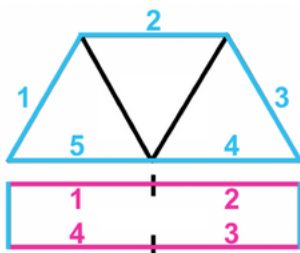
3. Zpozorním, jakmile je v zadání napsáno něco tučně. Pravděpodobně to bude zásadní informace k vyřešení celé úlohy.

Výpočet:

6.1 K vyřešení budu potřebovat dvě informace ze zadání.

1. Obvod domečku je 24 cm.

2. Střecha i přízemí mají stejný obvod.



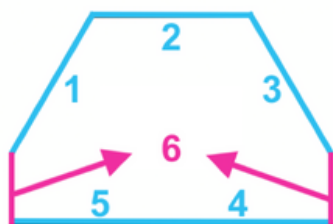
Vidím, že obvod střechy je složen z pěti stejně velkých částí (ze stran rovnostranných trojúhelníků).

Obvod přízemí se skládá ze čtyř takovýchto částí (růžová) a dvou menších stran (modré).

Jestliže mají být obvody obrazců stejné, musejí mít dvě menší modré strany obdélníku dohromady stejnou délku jako jedna strana rovnostranného trojúhelníku.

Pak budou oba obvody složeny přesně z pěti stejných částí (stran rovnostranných trojúhelníků).

Obvod domečku se tedy bude skládat ze šesti těchto stejných částí.



Zjistíme velikost jedné části:

$$24 : 6 = 4$$

Střecha se skládá z pěti částí.

$$5 \cdot 4 = 20$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 20 CM.

6.2 Z úlohy 6.1 víme, že dvě kratší strany obdélníku dávají dohromady jednu stranu rovnostranného trojúhelníku.

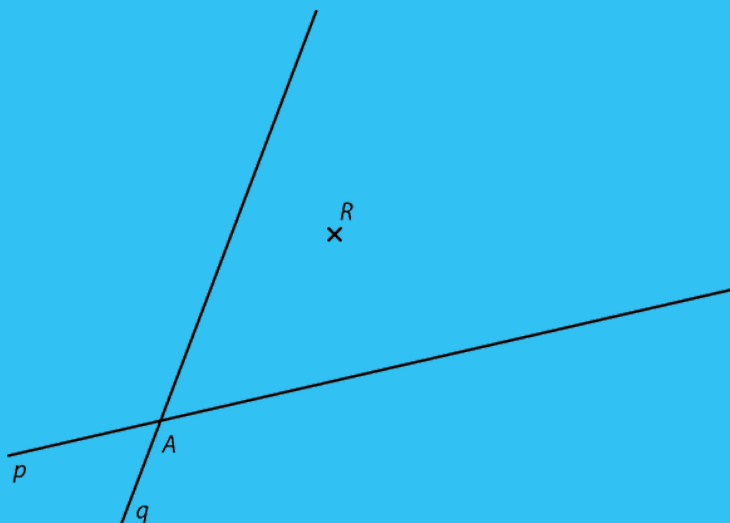
$$4 : 2 = 2$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 2 CM.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7.1

max. 5 bodů

V rovině leží bod R a přímky p , q , které se protínají v bodě A .



7.1 Bod A je vrchol obdélníku $ABCD$.

Na jedné z přímek p , q leží vrchol B a na druhé přímce vrchol C tohoto obdélníku.

Bodem R prochází strana BC obdélníku $ABCD$.

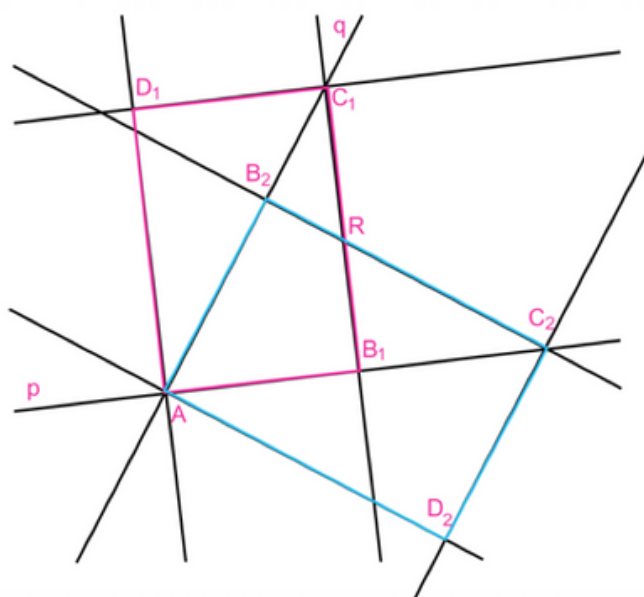
Sestrojte vrcholy B , C , D obdélníku $ABCD$, **označte** je písmeny a obdélník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše propisovací tužkou (čáry i písmena).

Jak přemýšlím?

1. Udělám si náčrt toho, co vlastně chci narýsovat. Nakreslím si obdélník $ABCD$. Bod B znázorním nejdříve na přímku p . Bod R si znázorním na stranu BC a jako poslední dokreslím přímku q , která bude procházet vrcholem C .
2. Vzhledem k tomu, že v zadání je uvedeno, že mám najít všechna řešení, budu muset druhé řešení hledat tak, že si do náčrtu bod B nakreslím na přímku q a bod C na přímku p . Bod R si opět znázorním na stranu BC .
3. Vždy přemýšlím, co pro daný útvar, který mám narýsovat, platí. Zde se jedná o obdélník, a tedy: Protější strany jsou rovnoběžné a stejně dlouhé, vedlejší strany jsou na sebe kolmé.



Postup konstrukce

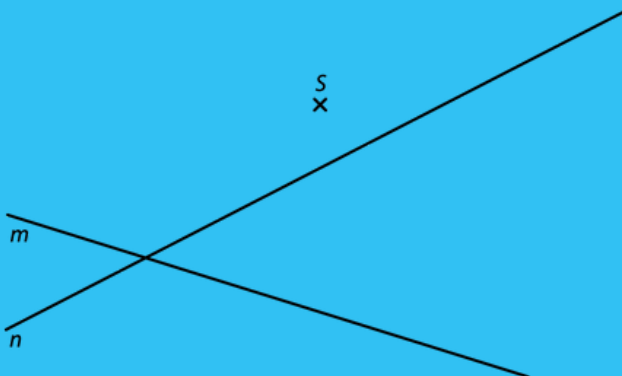
1. Narýsuji kolmici na přímku p , která prochází bodem R .
2. Bod B_1 vzniká jako průsečík této kolmice s přímkou p .
3. Bod C_1 vzniká jako průsečík této kolmice s přímkou q .
4. Využiji rovnoběžnosti a stejné velikosti stran obdélníka a obdélník $AB_1C_1D_1$ dorýsuji.
5. Narýsuji kolmici na přímkou q , která prochází bodem R .
6. Bod B_2 vzniká jako průsečík této kolmice s přímkou q .
7. Bod C_2 vzniká jako průsečík této kolmice s přímkou p .
8. Využiji rovnoběžnosti a stejné velikosti stran obdélníka a obdélník $AB_2C_2D_2$ dorýsuji.
9. Nezapomenu označit všechny vrcholy. Všechno, co narýsuji, obtáhnu propisovací tužkou.

Doporučení: Rýsujte přímo do záznamového archu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7.2

V rovině leží bod S a různoběžné přímky m, n.

max. 5 bodů



7.2 Na přímce m leží strana EF trojúhelníku EFG

a na přímce n leží strana EG tohoto trojúhelníku.

Bod S má od všech tří vrcholů trojúhelníku EFG stejnou vzdálenost.

Sestrojte vrcholy trojúhelníku EFG, **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.

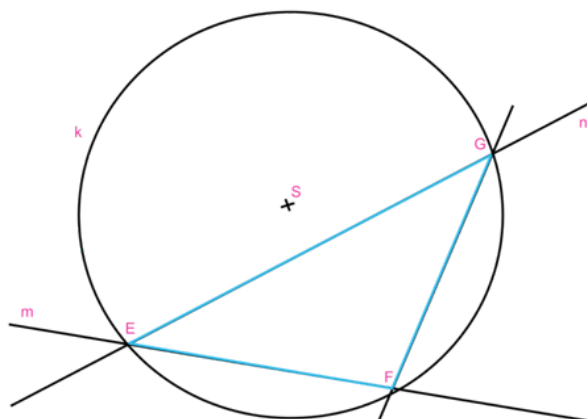
V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Jak přemýšlím?

1. Udělám si náčrt toho, co vlastně chci narýsovat. Nakreslím si trojúhelník EFG. Bod E má ležet na přímce m i na přímce n. To znamená, že průsečík těchto přímek bude právě bod E. Dále vím, že bod F bude ležet na přímce m a bod G bude ležet na přímce n.
2. Bod S má mít od všech tří vrcholů stejnou vzdálenost. Všechny body tedy budou ležet na kružnici se středem v bodě S.

Postup konstrukce

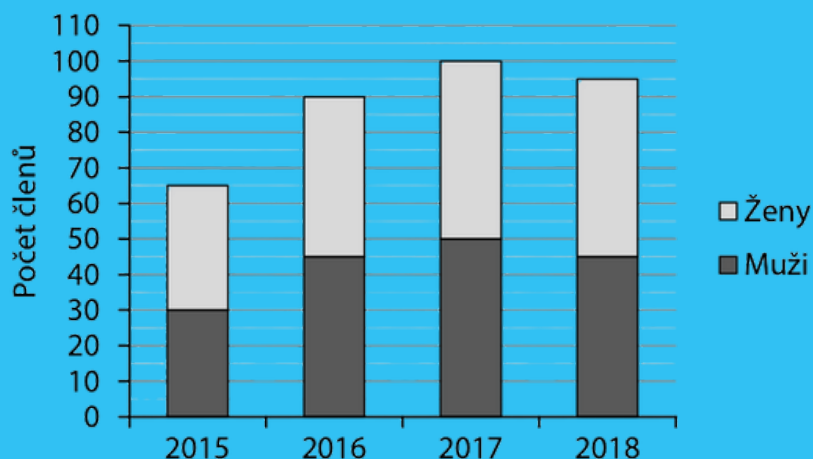
1. Bod E vzniká jako průsečík přímek m a n.
2. Vezmu do kružítka velikost úsečky ES a zapíchnu kružítko do bodu S. Vytvořím kružnici k.
3. Bod G vzniká jako průsečík kružnice k a přímky n.
4. Bod F vzniká jako průsečík kružnice k a přímky m.
5. Nezapomenu označit všechny vrcholy a také vše, co narýsuji, obtáhnou propisovací tužkou.



VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 8

max. 4 body

Graf udává počet všech členů (mužů a žen) turistického oddílu sledovaný v letech 2015–2018.



8 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (8.1–8.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

8.1 Počet mužů v turistickém oddílu byl v roce 2015 o jednu třetinu menší než v roce 2016.

☐ A ☐ N

8.2 Počet členů turistického oddílu byl v roce 2017 o jednu devítinu větší než v roce 2016.

☐ ☐

8.3 Ve sledovaném období se počet žen v turistickém oddílu poprvé snížil oproti předchozímu roku až v roce 2018.

☐ ☐

Jak přemýšlím?

1. Pečlivě si přečtu zadání a pokusím se zorientovat v grafu. Musím graf pochopit a umět v něm vyhledávat a ověřovat informace. Podívám se, co popisují jednotlivé osy, která barva náleží mužům a která ženám.

2. Začnu postupně ověřovat jedno tvrzení za druhým.

Výpočet

8.1 Najdu v grafu údaje, o kterých se píše v tomto tvrzení.

Počet mužů v turistickém oddíle 2015 je 30.

Počet mužů v turistickém oddíle 2016 je 45.

Počty se tedy liší o $45 - 30 = 15$.

Zásadní je, z jakého čísla v tomto případě budu počítat zmiňovanou třetinu. Vždy počítám z čísla, před kterým je slovíčko „než“. Tedy z počtu mužů v roce 2016.

$$45 : 3 = 15$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE ANO.

Výpočet

8.2 Najdu v grafu údaje, o kterých se píše v tomto tvrzení.

Počet členů v turistickém oddíle 2017 je 100.

Počet členů v turistickém oddíle 2016 je 90.

Počty se tedy liší o $100 - 90 = 10$.

Zásadní je, z jakého čísla v tomto případě budu počítat zmiňovanou devítinu. Vždy z toho čísla, před kterým je slovíčko „než“. Tedy z počtu členů v roce 2016.

$$90 : 9 = 10$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE ANO.

8.3 Sleduji počty žen v jednotlivých letech.

2015 = 35 žen

2016 = 45 žen

2017 = 50 žen

2018 = 50 žen

Počet žen se oproti předešlému roku ve sledovaném období nesnížil nikdy.

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE NE.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

2 body

Farmář měl původně 7 krav. Každá z nich nadojila denně 15 litrů mléka.

Farmář 5 svých krav prodal, ale přikoupil několik dalších krav.

Každá z přikoupených krav nadojí denně 20 litrů mléka.

Celkové množství mléka, které původních 7 farmářových krav nadojilo za dva dny, všechny nynější farmářovy krávy dohromady nadojí za jeden den.

9 Kolik krav farmář přikoupil?

- A) 9 krav
- B) 10 krav
- C) 12 krav
- D) 14 krav
- E) jiný počet krav

Jak přemýšlím?

1. Pečlivě si přečtu celou úlohu a podtrhnu si důležité informace.
2. Budu postupovat úlohou postupně, jelikož se bude výpočet skládat z několika kroků. Každý průběžný výsledek si zapíšu, ať se v úloze neztratím.
3. Jakmile dojdou k výsledku, porovnáím jej s nabízenými možnostmi a vyberu odpovídající odpověď.

Výpočet

Nejdřív zjistím, kolik litrů mléka by původních 7 farmářových krav nadojilo za 2 dny.

$$1 \text{ kráva} = 15 \text{ litrů denně}$$

$$7 \text{ krav} = 7 \cdot 15 = 105 \text{ litrů denně}$$

$$7 \text{ krav za 2 dny} = 105 \cdot 2 = 210 \text{ litrů}$$

Stejné množství má nadojit za jeden den farmářovo stádo, kde jsou dvě původní krávy (15 litrů denně) a několik dalších krav, které nadojí 20 litrů denně.

$$2 \text{ krávy z původního stáda za den} = 2 \cdot 15 = 30 \text{ litrů}$$

$$210 \text{ litrů} - 30 \text{ litrů} = 180 \text{ litrů}$$

Těchto 180 litrů musí nadojit nové krávy, z nichž každá zvládne 20 litrů denně.

$$180 : 20 = 9 \text{ krav}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE A.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Maminka rozdělila peníze mezi své tři děti. Janě dala pětinu celkové částky,
Ivo dostal dvakrát více peněz než Jana a zbylých 240 korun dala maminka Evě.

2 body

10 Kolik korun celkem rozdělila maminka mezi své tři děti?

- A) 480 korun
- B) 600 korun
- C) 700 korun
- D) 720 korun
- E) 840 korun

Jak přemýšlím?

1. Pečlivě si přečtu celou úlohu a podtrhnu si důležité informace.
2. Všimnu si, že se v úloze zmiňují zlomky, a tak si mohu v úloze pomoci jednoduchým obrázkem.
3. Jakmile dojdou k výsledku, porovnáím jej s nabízenými možnostmi a vyberu odpovídající odpověď.

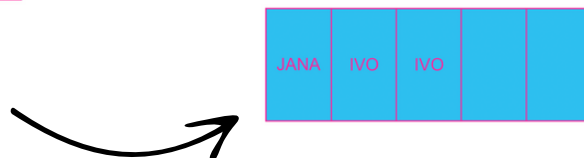
Výpočet

V úloze se mluví o pětinach, nakreslím si tedy nějaký tvar, například obdélník, a rozdělím ho na 5 stejně velkých částí. Znázorním do něj postupně všechny informace ze zadání.

Janě dala maminka pětinu celkové částky.



Ivo dostal dvakrát více peněz než Jana. Jestliže Janě přísluší na obrázku jeden dílek, Ivo bude mít dílky dva.



Zbylých 240 Kč dala maminka Evě. Evě tedy přísluší dva dílky.

Tyto dva dílky musí být 240 Kč. Jeden dílek tedy bude:

$$240 : 2 = 120 \text{ Kč}$$



Maminka celkem rozdělila 5 dílků po 120 Kč.

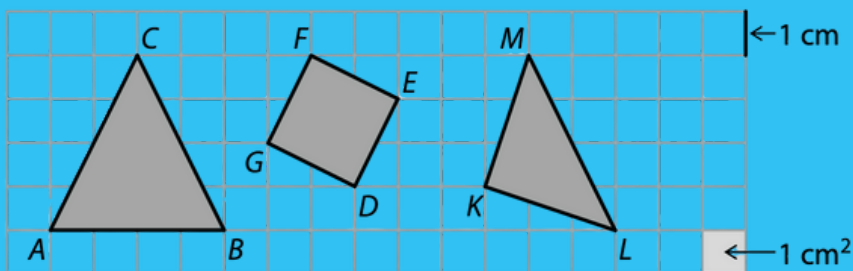
$$5 \cdot 120 = 600 \text{ Kč}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE B.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11–12

Ve čtvercové síti jsou zakresleny trojúhelníky ABC, KLM a čtverec DEFG.

Vrcholy všech těchto obrazců leží v mřížových bodech.



11 O kolik cm se liší obvod trojúhelníku ABC a obvod čtverce DEFG?

2 body

- A) o méně než 2 cm
- B) o 2 cm
- C) o 3 cm
- D) o 4 cm
- E) o jinou délku

12 O kolik cm^2 se liší obsah trojúhelníku ABC a obsah trojúhelníku KLM?

2 body

- A) o 1 cm^2
- B) o 2 cm^2
- C) o 3 cm^2
- D) o 4 cm^2
- E) o jiný obsah

Jak přemýšlím?

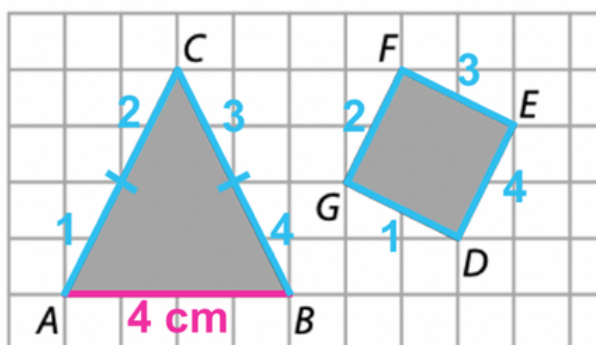
1. Pečlivě si přečtu zadání a zkontroluji si měřítko čtvercové sítě.
2. Pamatuji si, že obsahy mohu určit přesně, když spočítám přesný počet čtverečků, které tvoří daný obrazec (úloha 12). Ale u obvodů dokážu spočítat pouze ty strany, které leží přesně na čarách, které tvoří čtvercovou síť. Ostatní strany, které nejsou vodorovné nebo svislé, dokážu pouze porovnávat s podobnými stranami v jiných obrazech (úloha 11).

Výpočet

11 Jedinou stranu, kterou dokážu přesně určit, je strana AB u trojúhelníku ABC.

Tato strana měří 4 cm.

Zbylé dvě strany trojúhelníku a všechny strany čtverce nedokážu přesně určit. Budu je tedy navzájem porovnávat. A nesmím zapomenout na již změřenou stranu $|AB| = 4$ cm.



Každá strana čtverce DEFG je vlastně úhlopříčkou obdélníku tvořeného dvěma čtverečky čtvercové sítě.

Když se pozorně podívám na trojúhelník ABC, uvidím, že například polovina strany AC je také úhlopříčkou obdélníku tvořeného dvěma čtverečky čtvercové sítě.

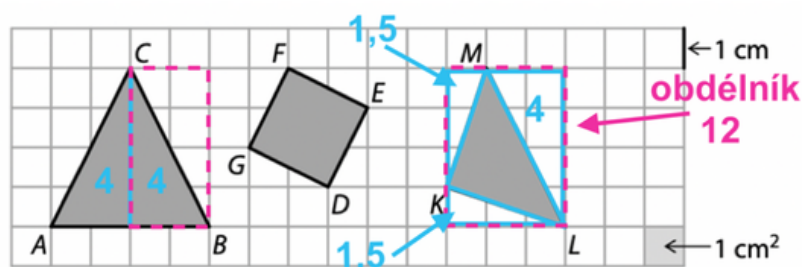
Vidím, že modrá část obvodu trojúhelníku je tedy stejná jako modrá část obvodu čtverce.

Obvod trojúhelníku tak bude větší o 4 cm (strana AB).

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE D.

Výpočet

12 Jeden z možných postupů je snažit se přesně spočítat, z kolika čtverečků se trojúhelníky skládají. Nejedná se ovšem o nejpřesnější metodu a často se v ní chybuje. Proto bude vhodnější rozdělit si zadané obrazce na nějaké jiné, které dokážu vypočítat. Nejvíce mi obvykle pomohou pravoúhlé trojúhelníky.



Trojúhelník ABC rozdělím modrou čarou na dva shodné pravoúhlé trojúhelníky. Pravoúhlý trojúhelník je vždy polovinou obdélníku (čtverce). Ten je znázorněn růžovou přerušovanou čarou. Tento obdélník má obsah 8 čtverečků. Pravoúhlý trojúhelník tedy bude mít přesně polovinu. Trojúhelník ABC je složen ze dvou těchto pravoúhlých trojúhelníků, jeho obsah je tedy 8 cm^2 .

Trojúhelník KLM vyřeším také pomocí pravoúhlých trojúhelníků. Ale nejdřív ho celý zavřu do růžového obdélníku, který tvoří 12 čtverečků. Vzniknou mi 3 bílé pravoúhlé trojúhelníky (opět poloviny obdélníků), u kterých snadno zjistím jejich obsah. Následně obsah těchto bílých trojúhelníků odečtu od původního obdélníku a zjistím obsah trojúhelníku KLM.

$$12 - 4 - 1,5 - 1,5 = 5$$

Obsah trojúhelníku KLM je tedy 5 cm^2 .

Obsahy se tedy liší o $8 \text{ cm}^2 - 5 \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm}^2$.

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE C.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 13

Kostka tvaru krychle má na třech stěnách po 1 tečce a na zbývajících třech stěnách po 3 tečkách. Součet počtu teček na protějších stěnách je vždy 4.

Počet všech teček na povrchu kostky je tedy 12.

Z takovýchto kostek slepíme tři tělesa.

Kostky před slepováním vhodně natočíme, aby byly splněny následující podmínky:

První těleso má na svém povrchu **co nejvíce** teček a zbývajících dvě tělesa **co nejméně** teček.

max. 5 bodů



1. těleso



2. těleso



3. těleso



13 Přiřaďte ke každému tělesu (13.1–13.3) počet všech teček na jeho povrchu (A–F).

13.1 První těleso: _____

13.2 Druhé těleso: _____

13.3 Třetí těleso: _____

A) méně než 20 teček

B) 20 teček

C) 22 teček

D) 24 teček

E) 26 teček

F) 28 teček

Jak přemýšlím?

1. Pečlivě si přečtu zadání a prohlédnu si všechna tři tělesa, kterých se příklad bude týkat.

2. Chápu, že kostky mohou libovolně otáčet právě tak, abych splnil podmínky úlohy. Zároveň se nenechám zmást: nejedná se o běžné kostky, na kterých jsou čísla od 1 do 6, ale o speciální kostky, kde se objevují jen čísla 1 a 3, a to vždy na protějších stranách kostky.

3. Princip úlohy spočívá v tom, že stěny, které k sobě přilepím, se nebudou počítat. Správným natočením kostek tedy mohu ovlivnit celkový počet všech teček na tělesu.

Výpočet

13.1 Těleso má mít co nejvíce teček. Přilepím k sobě tedy dvě strany, které obsahují pouze jednu tečku. Jestliže mi z každé kostky zmizí pouze jedna tečka (ostatní stěny nejsou zakryté) bude celkový počet teček:

$$11 \cdot 2 = 22$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE C.

13.2 Těleso má mít co nejméně teček. Prostřední kostku nemusím řešit, jelikož se přilepí dvěma protějšími stěnami (3 tečky a 1 tečka), takže na jejím povrchu zůstane celkem:

$$12 - 4 = 8 \text{ teček}$$

Dvě krajní kostičky přilepím k té prostřední vždy stranou, na které jsou tři tečky, abych zajistil, že na celém tělese bude co nejméně teček. Na každé z nich bude tedy celkem:

$$12 - 3 = 9 \text{ teček}$$

Celkem tedy bude na tělese:

$$8 + 9 + 9 = 26 \text{ teček}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE E.

13.3 Těleso má mít co nejméně teček. Kostku, která je v rohu, natočím tak, aby se ke zbylým kostkám přitiskla stranami, na nichž jsou tři tečky, takže na jejím povrchu zůstane celkem:

$$12 - 6 = 6 \text{ teček}$$

Dvě krajní kostičky přilepím k té rohové vždy stranou, na které jsou tři tečky, abych zajistil, že na celém tělese bude co nejméně teček. Na každé z nich bude tedy celkem:

$$12 - 3 = 9 \text{ teček}$$

Celkem tedy bude na tělese:

$$6 + 9 + 9 = 24 \text{ teček}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE D.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Poutník měl u sebe 54 dukátů, stejně jako kouzelník.

max. 4 body

Kouzelník mu prozradil kouzlo:

„Když mi dáš právě tolik dukátů, abys měl polovinu toho, co budu mít i s darovanými dukáty já, zbytek tvých dukátů se zdvojnásobí a budeme mít opět stejně. Pokud to však zkusíš, ale nedokážeš, o všechny dukáty přijdeš.“

14

14.1 Poutník dal kouzelníkovi správný počet dukátů a zbytek dukátů se mu zdvojnásobil.

Určete, kolik dukátů dal poutník kouzelníkovi.

14.2 Protože kouzlo poprvé fungovalo, poutník jej použil ještě jednou.

Vypočtěte, kolik dukátů měl poutník, když se kouzlo vyplnilo podruhé.

14.3 Poutník kouzla několikrát využil. Když si správně spočítal, že už pomocí kouzla nemůže další dukáty získat a že by při dalším pokusu určitě o všechny přišel, dál nepokračoval. Kouzelníkovi poděkoval a rozloučil se s ním.

Vypočtěte, kolik dukátů měl poutník, když se s kouzelníkem rozloučil.

Jak přemýšlím?

1. Úloha 14 je v každém testu vždy specifická a zároveň velice těžká. Většinou je v ní potřeba najít nějaký princip, kterým se konkrétní úloha řídí, a použitím tohoto principu se dostat ke správným odpovědím.
2. Věnuji tedy maximální pozornost čtení. Snažím se nalézt a správně pochopit princip, na kterém úloha stojí.
3. První úloha bývá jednodušší a testuje, jestli správně chápu princip. Pokud ji zvládnu, často mě nasměruje ke správnému řešení dalších úloh.

Výpočet

14.1 Poutník a kouzelník mají dohromady $54 + 54 = 108$ dukátů.

Tyto dukáty pomyslně rozdělím na 3 stejné hromádky. Pak mohu dát dvě hromádky kouzelníkovi a jednu hromádku poutníkovi tak, aby měl kouzelník dvakrát více dukátů, a já tedy splnil pravidlo ze zadání.

$$108 : 3 = 36$$

Kouzelník:

$$36 \cdot 2 = 72$$

Poutník:

$$36 \cdot 1 = 36$$

Poutníkovi tedy musí zbýt 36 dukátů. Původně jich měl 54.

$$54 - 36 = 18$$

Poutník dá kouzelníkovi 18 dukátů.

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE 18.

14.2 Celou situaci mohu znovu zopakovat. Jen si musím uvědomit, že kouzlo fungovalo, takže kouzelník i poutník mají každý 72 dukátů. Dohromady tedy 144 dukátů.

$$144 : 3 = 48$$

Kouzelník:

$$48 \cdot 2 = 96$$

Poutník:

$$48 \cdot 1 = 48$$

Poutníkovi tedy musí zbýt 48 dukátů. Původně jich měl 72.

$$72 - 48 = 24$$

Poutník dá kouzelníkovi 24 dukátů.

Poutníkovi zbyde 48 dukátů, a jakmile se kouzlo vyplní, tento počet se zdvojnásobí.

$$48 \cdot 2 = 96$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE 96.

Výpočet

14.3 Poslední otázka je trochu těžší. Když se ale na předchozí dvě řešení podívám, mohu si všimnout, že poutník dá vždy kouzelníkovi přesně jednu třetinu svých dukátů, aby kouzlo fungovalo.

V 14.1 to bylo 18 z 54, v úloze 14.2 to bylo 24 ze 72. Dokud tedy bude moci poutník vždy darovat kouzelníkovi přesně třetinu svých úspor, bude kouzlo fungovat.

V dalším kole by poutník daroval kouzelníkovi:

$$96 : 3 = 32$$

Poutníkovi by klesl počet dukátů na:

$$96 - 32 = 64$$

Pak by se mu kouzlem zdvojnásobil na:

$$64 \cdot 2 = 128$$

V dalším kole by měl poutník darovat třetinu ze 128. Tohle číslo ale není dělitelné třemi. Takže v tento moment se poutník rozhodne skončit.

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 128 DUKÁTŮ.