



Didaktický test z matematiky



VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

Pro čísla A, B, C platí:

$$A = \frac{2}{9} + \frac{5}{18}$$

$$B = \frac{2}{9} : \frac{5}{18}$$

C je aritmetický průměr čísel A a B .

(CZVV)

max. 3 body

1 Zapište zlomkem v základním tvaru číslo

1.1 A ,

1.2 B ,

1.3 C .

Jak přemýšlím?

1. Budu postupovat po krocích. Nejprve vypočítám hodnotu čísla A , potom hodnotu čísla B a nakonec čísla C .
2. Myslím na to, že výsledek má být zapsán zlomkem v základním tvaru. Budu tedy dávat pozor, aby výsledný zlomek již nešel dále krátit.
3. U čísla A budu sčítat zlomky. Nejprve je převedu na společného jmenovatele.
4. U čísla B jde o dělení zlomků. Dělení zlomkem nahradím násobením jeho převrácenou hodnotou.
5. Číslo C je aritmetický průměr čísel A a B . Sečtu tedy výsledky předchozích dvou podúloh a jejich součet vydělím dvěma.

Výpočet

$$1.1 \quad A = \frac{2}{9} + \frac{5}{18} = \frac{4}{18} + \frac{5}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE $\frac{1}{2}$.

Výpočet

1.2

$$B = \frac{2}{9} : \frac{5}{18} = \frac{2}{\cancel{9}^1} \cdot \frac{18^2}{5} = \frac{4}{5}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE $\frac{4}{5}$.

1.3

$$C = \frac{A+B}{2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{4}{5}}{2} = \frac{\frac{5}{10} + \frac{8}{10}}{2} = \frac{\frac{13}{10}}{2} = \frac{13}{10} : 2 = \frac{13}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{20}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE $\frac{13}{20}$.

Doporučení: Úlohy 2.2, 3.3 a 4 řešte přímo v záznamovém archu.

max. 3 body

2

2.1 Vypočtete:

$$(-1,5 - 1) \cdot (-1,5 + 1) =$$

2.2 Vypočtete a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru:

$$\frac{25}{28} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{6}{7} : 2 + 1$$

V záznamovém archu uveďte v úloze 2.2 celý **postup řešení**.

Jak přemýšlím?

1. Při výpočtu budu respektovat pravidla pro přednost matematických operací. Nejprve vyřeším závorky, potom provedu násobení. Dávám pozor na znaménka při násobení záporných čísel.
2. U složeného zlomku upravím zvlášť výraz v čitateli a zvlášť výraz ve jmenovateli. Pro přehlednost celá čísla převedu na zlomky tak, že do jmenovatele doplním jedničku. Nakonec čitatele vydělím jmenovatelem.
3. Pečlivě zapisuji celý postup řešení, protože v této úloze získávám body nejen za správný výsledek, ale i za správný postup.
4. Počítám ideálně rovnou do záznamového archu pomalu a pečlivě, aby nebylo nutné celý příklad přepisovat.
5. Myslím na to, že výsledkem úlohy 2.2 má být zlomek v základním tvaru. Výsledný zlomek proto na závěr zkrátím, pokud to bude možné.

Výpočet

2.1

$$(-1,5 - 1) \cdot (-1,5 + 1) = (-2,5) \cdot (-0,5) = 1,25$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 1,25.

Výpočet

3.1

$$9a^2 - 6a + 1$$

dosadím za a číslo 7

$$9 \cdot 7^2 - 6 \cdot 7 + 1 = 9 \cdot 49 - 42 + 1 = 400$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE 400.

3.2

$$1 - 2n + 2n \cdot (1 - 8n) = 1 - 2n + 2n - 16n^2 = 1 - 16n^2 = (1 + 4n) \cdot (1 - 4n)$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE $(1 + 4n) \cdot (1 - 4n)$

3.3

$$(x + 2)(1 - x) - 2x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x =$$

$$= x - x^2 + 2 - 2x + \frac{2x}{1} \cdot x = x - x^2 + 2 - 2x + x^2 = -x + 2$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE $-x + 2$.

max. 4 body

4 V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapisujte).

4.1 Řešte rovnici:

$$0,5 - (5 - x) \cdot 0,5 = 0,5 \cdot (1 - 9x)$$

4.2 Řešte soustavu rovnic:

$$3x - y = 11$$

$$3x + 2y = -4$$

Jak přemýšlím?

1. Jedná se o klasickou rovnici (4.1) a jednoduchou soustavu dvou rovnic o dvou neznámých (4.2), takže se není čeho bát.
2. V příkladu 4.1 se nejdříve zbavím závorek (roznásobím je). Musím dát pozor na znaménko mínus před první závorkou. Poté převedu všechny členy s neznámou na jednu stranu rovnice a čísla na druhou stranu.
3. V příkladu 4.2 si vyberu, jestli soustavu budu řešit sčítací, nebo dosazovací metodou. Oblíbenější bývá sčítací metoda, proto si jednu z rovnic vhodně upravím tak, abych ji mohl použít.
4. Počítám ideálně rovnou, pomalu a pečlivě do záznamového archu, aby nebylo potřeba celý příklad přepisovat.
5. Zkoušku budu dělat jen tehdy, pokud mi na konci testu zbyde čas navíc.

Výpočet

4.1

$$\begin{aligned} 0,5 - (5 - x) \cdot 0,5 &= 0,5 \cdot (1 - 9x) \\ 0,5 - (2,5 - 0,5x) &= 0,5 - 4,5x \\ 0,5 - 2,5 + 0,5x &= 0,5 - 4,5x \\ 0,5x + 4,5x &= 0,5 - 0,5 + 2,5 \\ 5x &= 2,5 \quad /: 5 \\ x &= 0,5 \end{aligned}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE $x = 0,5$.

Výpočet

4.2

$$\begin{array}{rcl} 3x - y & = & 11 \\ 3x + 2y & = & -4 \quad / \cdot (-1) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 3x - y & = & 11 \\ -3x - 2y & = & 4 \\ \hline -3y & = & 15 \quad / : (-3) \\ y & = & -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 3x - (-5) & = & 11 \\ 3x + 5 & = & 11 \quad / -5 \\ 3x & = & 6 \quad / : 3 \\ x & = & 2 \end{array}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE $x = 2$; $y = -5$.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Větší sud má o třetinu větší objem než menší sud.
Objem většího sudu je 360 litrů.

(CZVV)

1 bod

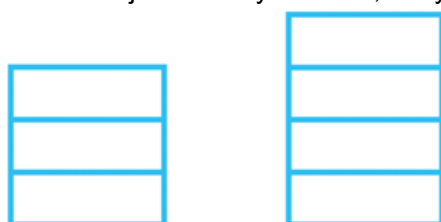
5 Vypočtete v litrech objem menšího sudu.

Jak přemýšlím?

1. Pořádně si přečtu zadání a nenechám se natchytat. Důležité je, kde se nachází slovíčko „než“.

Vzhledem k tomu, že je ve větě před menším sudem, zmiňovaná třetina se týká právě objemu menšího sudu.

2. Mohu si nakreslit jednoduchý obrázek, který mi pomůže úlohu snadno vyřešit.



MALÝ SUD

VELKÝ SUD
(o 1/3 větší)

3. Do obrázku už jen doplním informaci ze zadání o objemu většího sudu a dopočítám objem menšího sudu.

Výpočet

Pomocí obrázku vidím, že větší sud mám rozdělený na 4 stejně velké části. Jeho objem je dle zadání 360 litrů. Zjistím, jak je velká jedna tato část.

$$1 \text{ část} = 360 \text{ litrů} : 4 = 90 \text{ litrů}$$

Z obrázku je patrné, že menší sud se skládá ze tří takto velkých částí.

$$\text{malý sud} = 90 \text{ litrů} \cdot 3 = 270 \text{ litrů}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 270 LITRŮ.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Cyklostezka začíná u nádraží a končí u chaty. Petr vyjel od nádraží po této cyklostezce, ujel dvě třetiny její délky a zastavil u stánku s občerstvením. Tam zjistil, že ztratil telefon. Našel ho, až když se vrátil o čtvrtinu vzdálenosti, kterou předtím ujel od nádraží ke stánku. Pak pokračoval po cyklostezce až k chatě.



Délku celé cyklostezky označíme x .

(CZVV)

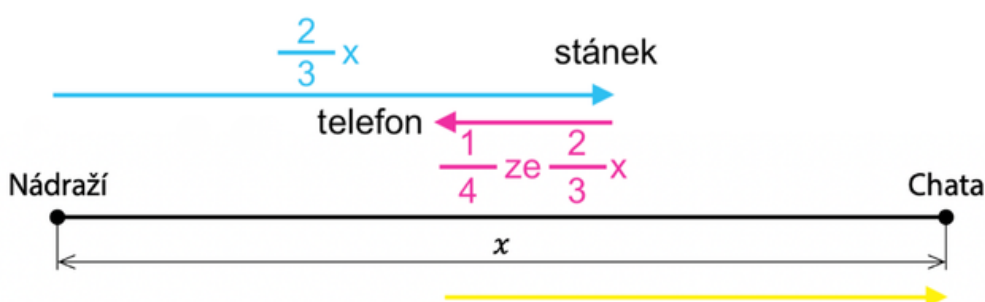
max. 4 body

6

- 6.1 **Vyjádřete výrazem** s proměnnou x délku cyklostezky **mezi stánkem a chatou**.
- 6.2 **Vyjádřete výrazem** s proměnnou x délku cyklostezky mezi stánkem a místem, kde Petr našel svůj telefon.
- 6.3 Ve chvíli, kdy našel svůj telefon, zbývalo Petrovi k chatě ještě 24 km.
Vypočtěte, kolik km Petr **celkem naježdil**, než se dostal od nádraží k chatě.

Jak přemýšlím

1. Úlohu si pečlivě přečtu a jednotlivé části Petrovy cesty si postupně znázorním do obrázku. Celou délku cyklostezky označuje proměnná x .
2. Petr nejprve ujel dvě třetiny celé cyklostezky. V úloze 6.1 od celkové délky x odečtu ujeté $\frac{2}{3}x$.
3. Při cestě zpět ujel Petr čtvrtinu vzdálenosti, kterou předtím urazil od nádraží ke stánku. Musím si dát pozor na to, že počítám čtvrtinu ze dvou třetin celé cyklostezky, nikoli čtvrtinu z celé délky x .



4. Jednotlivé podúlohy na sebe navazují. Výsledky z úloh 6.1 a 6.2 proto využiji při řešení poslední podúlohy.
5. V úloze 6.3 si nejprve pomocí údaje 24 km vypočítám délku celé cyklostezky. Nakonec sečtu všechny úseky, které Petr skutečně projel, včetně cesty zpět pro telefon.
6. Myslím na to, že v úlohách 6.1 a 6.2 budu odpovídat pomocí výrazu. Nehledám tedy konkrétní číselný výsledek, ale vyjádřím odpověď pomocí proměnné x .

Výpočet

6.1 Na základě vytvořeného obrázku vidím, že od nádraží ke stánku byly dvě třetiny délky celé cyklostezky. Celá cyklostezka má délku x . Od stánku k chatě tedy zbývá:

$$x - \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE $\frac{1}{3}x$.

Výpočet

6.2 Na základě vytvořeného obrázku vidím, že hledám délku růžové šipky. Ta představuje $\frac{1}{4}$ z úseku dlouhého $\frac{2}{3}x$. Když chci vypočítat nějakou část z nějakého čísla, stačí mezi sebou obě čísla vynásobit. Slovo „z/ze“ tedy jednoduše nahradím znaménkem krát.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{1}{6}x$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE $\frac{1}{6}x$.

6.3 Zde už budu muset sestavit rovnici a zjistit délku celé cyklostezky. Víím, že od místa, kde Petr našel telefon, zbývalo k chatě **24 km. Žlutá šipka tedy představuje 24 km.**

Žlutou šipku si rozdělím na dva úseky. První úsek od telefonu ke stánku má délku $\frac{1}{6}x$ (viz úloha 6.2) a druhý úsek od stánku k chatě má délku $\frac{1}{3}x$ (viz úloha 6.1).

Nyní už mohu sestavit jednoduchou rovnici.

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}x &= 24 & / \cdot 6 \\ x + 2x &= 144 \\ 3x &= 144 & / : 3 \\ x &= 48 \end{aligned}$$

Teď znám délku celé cyklostezky. Stačí dopočítat délku jednotlivých šipek.

MODRÁ

$$\frac{2}{3}x = \frac{2}{3} \cdot 48 \text{ km} = 32 \text{ km}$$

RŮŽOVÁ

$$\frac{1}{6}x = \frac{1}{6} \cdot 48 \text{ km} = 8 \text{ km}$$

CELKEM = 24 km + 32 km + 8 km = 64 km

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 64 km.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Adam běžel 10kilometrový okruh stálým tempem a uběhl jej za 50 minut.
Bára běžela pouze 9kilometrový okruh rovněž stálým tempem (jiným než Adam).
Adam i Bára vyběhli ve stejném okamžiku
a po 30 minutách běhu jim oběma zbývala do cíle stejná vzdálenost.

(CZVV)

max. 3 body

7 Vypočtete,

- 7.1 kolik km uběhla Bára za 30 minut,
- 7.2 za kolik minut uběhla svůj okruh Bára.

Jak přemýšlím?

1. Nejprve si pečlivě přečtu zadání a všimnu si, že oba běžci běželi **stálým tempem**. Mohu tedy využít přímou úměrnost mezi časem a uběhnutou vzdáleností.
2. Nejdříve vypočítám, kolik kilometrů uběhl Adam za 30 minut. Z toho snadno zjistím, kolik kilometrů mu ještě zbývalo do cíle.
3. Ve stejném okamžiku zbývala do cíle stejná vzdálenost i Báře. Díky tomu určím, kolik kilometrů uběhla Bára za prvních 30 minut.
4. V úloze 7.2 už znám, kolik kilometrů uběhla Bára za 30 minut. Stačí dopočítat, za jak dlouho by stejným tempem uběhla celý devítikilometrový okruh.
5. Myslím na to, že obě podúlohy na sebe navazují. Výsledek úlohy 7.1 proto využiji při řešení úlohy 7.2.

Výpočet

7.1

Adam za 50 minut uběhl 10 km.

Za 30 minut uběhl:

$$10 : 50 \cdot 30 = 6$$

Do cíle mu tedy zbývalo:

$$10 - 6 = 4$$

Stejná vzdálenost zbývala i Báře.

Bára tedy za 30 minut uběhla:

$$9 - 4 = 5$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 5 km.

7.2

Bára uběhla za 30 minut 5 km.

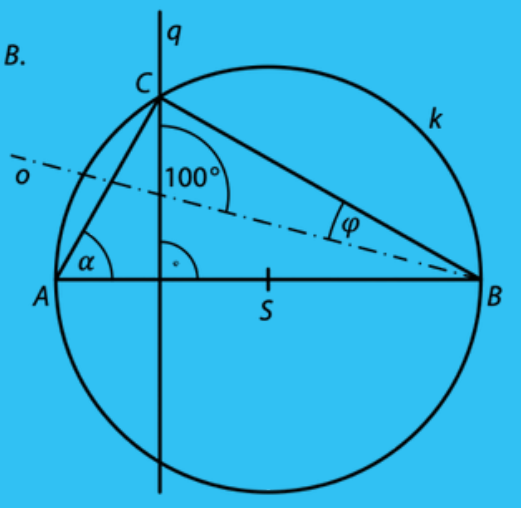
9 km uběhne za:

$$30 : 5 \cdot 9 = 54$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 54 MINUT.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Na obrázku je trojúhelník ABC .
 Přímka o je osou jeho vnitřního úhlu při vrcholu B .
 Přímka q prochází vrcholem C a je kolmá ke straně AB tohoto trojúhelníku.
 Na straně AB leží střed S kružnice k opsané trojúhelníku ABC .
 Velikosti některých úhlů jsou uvedeny v obrázku.



(CZVV)

max. 3 body

8 Vypočtete ve stupních velikost úhlu

8.1 φ ,

8.2 α .

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtete (obrázek je pouze ilustrativní).

Jak přemýšlím?

1. Úlohu si pečlivě přečtu a do obrázku si postupně doplňuji úhly, které dokážu vypočítat. Velikosti úhlů z obrázku neměřím – obrázek je pouze ilustrativní.

Výpočet

8.1 Zaměřím se na malý pravoúhlý trojúhelník tvořený přímkou q , osou o a stranou AB . Vím, že přímka q je kolmá na stranu AB (90°).

Vedlejší úhel ke 100° má:

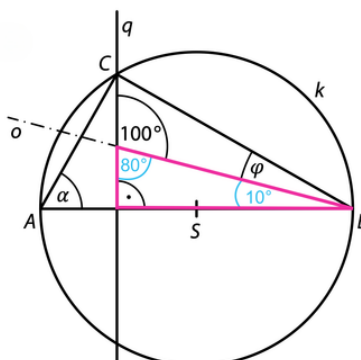
$$180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

V tomto trojúhelníku dopočítám do 180° (součet vnitřních úhlů trojúhelníku) úhel při vrcholu B , který má:

$$180^\circ - 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$$

Tento úhel je shodný s úhlem φ .

$$\varphi = 10^\circ$$



SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 10° .

Výpočet

8.2

Střed S leží na straně AB , takže podle Thaletovy věty je úhel ACB 90° . Celý vnitřní úhel při vrcholu B je 20° (2φ). Využijí pravidlo pro součet vnitřních úhlů v trojúhelníku a dopočítám úhel α :

$$180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

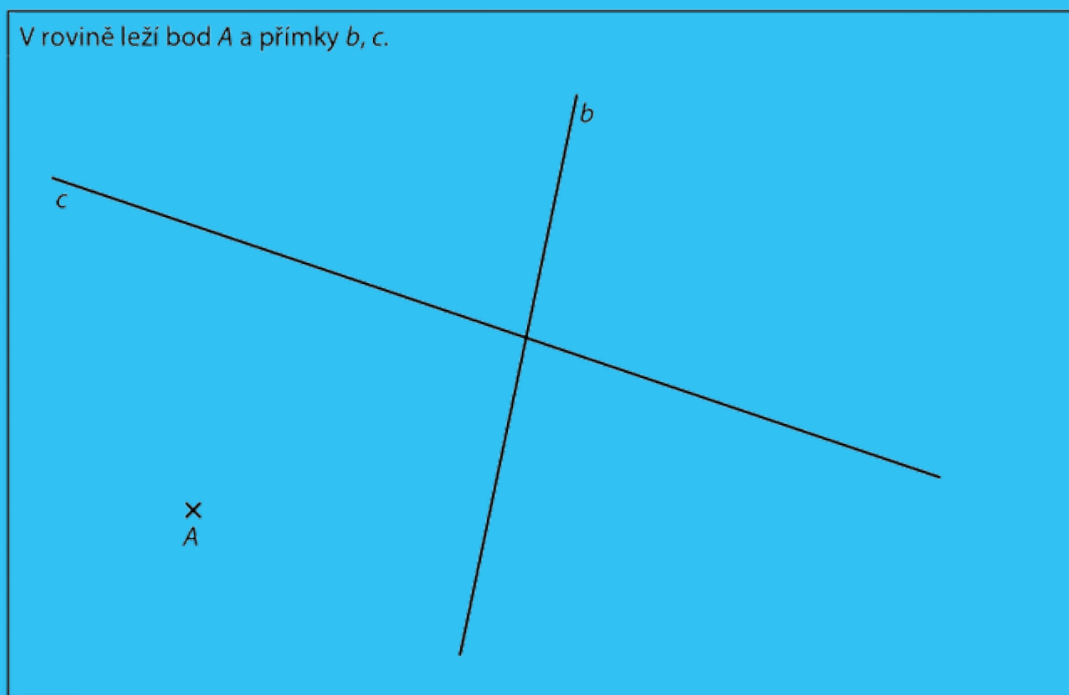
$$\alpha = 70^\circ$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE 70° .

Doporučení pro úlohy 9 a 10: Rýsujte přímo **do záznamového archu**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží bod A a přímky b , c .



(CZW)

max. 3 body

- 9** Bod A je vrchol trojúhelníku ABC .
 Strana AB tohoto trojúhelníku je kolmá k přímce b a vrchol B leží na přímce b .
 Strana BC je o 2 cm delší než strana AB a vrchol C leží na přímce c .
Sestrojte vrcholy B , C trojúhelníku ABC , **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.
 Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Jak přemýšlím?

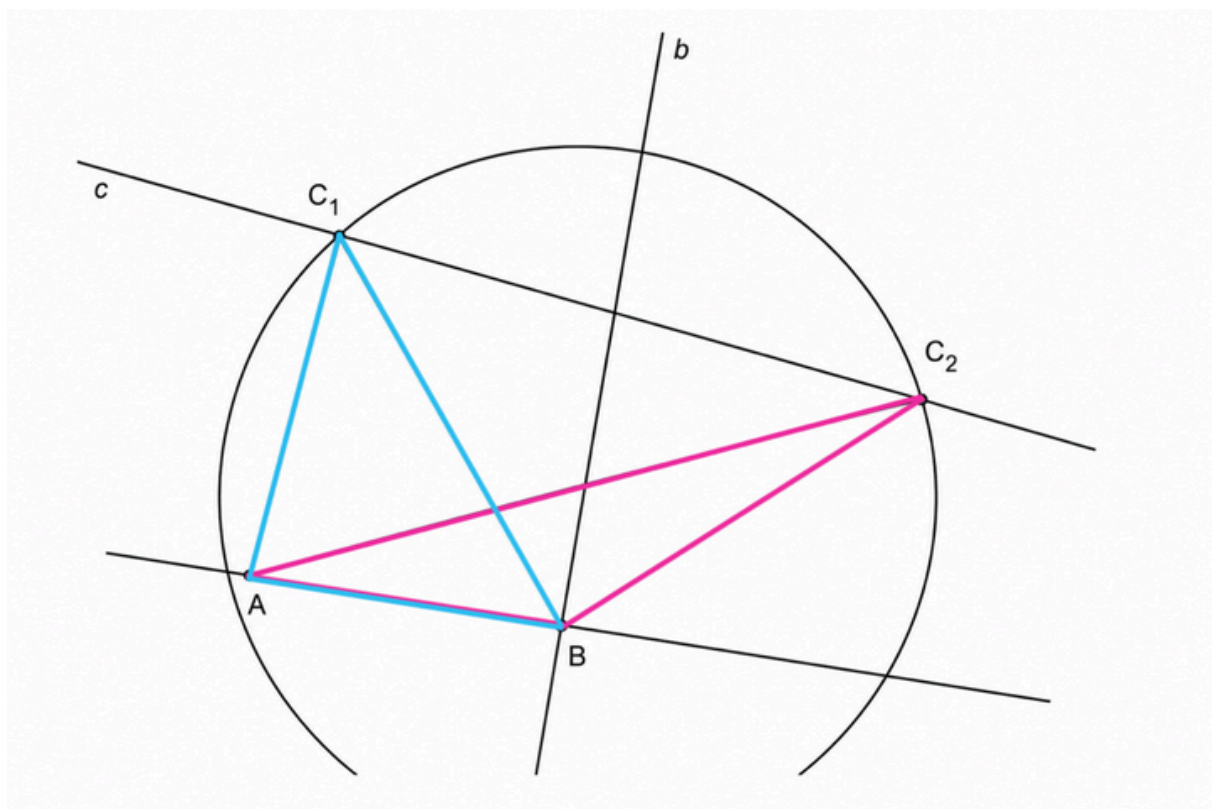
1. Bod B: Strana AB je kolmá k přímce b a bod B leží na přímce b . Bod B sestrojím jako průsečík přímky b a kolmice vedené z bodu A .

2. Bod C: Bod C sestrojím jako průsečík kružnice se středem v bodě B s přímkou c .

Grafické určení poloměru $r = |AB| + 2$ cm: Na opačnou polopřímku k polopřímce BA nanesu vzdálenost 2 cm. Tím získám poloměr $r = |AB| + 2$ cm.

Do kružítka naberu získaný poloměr a narýsuji kružnici se středem v bodě B . Hledané body C budou průsečíky kružnice s přímkou c .

3. Počet řešení: Kružnice protne přímku c ve dvou bodech C_1 a C_2 . Úloha má tedy 2 řešení: Trojúhelníky ABC_1 , ABC_2 .

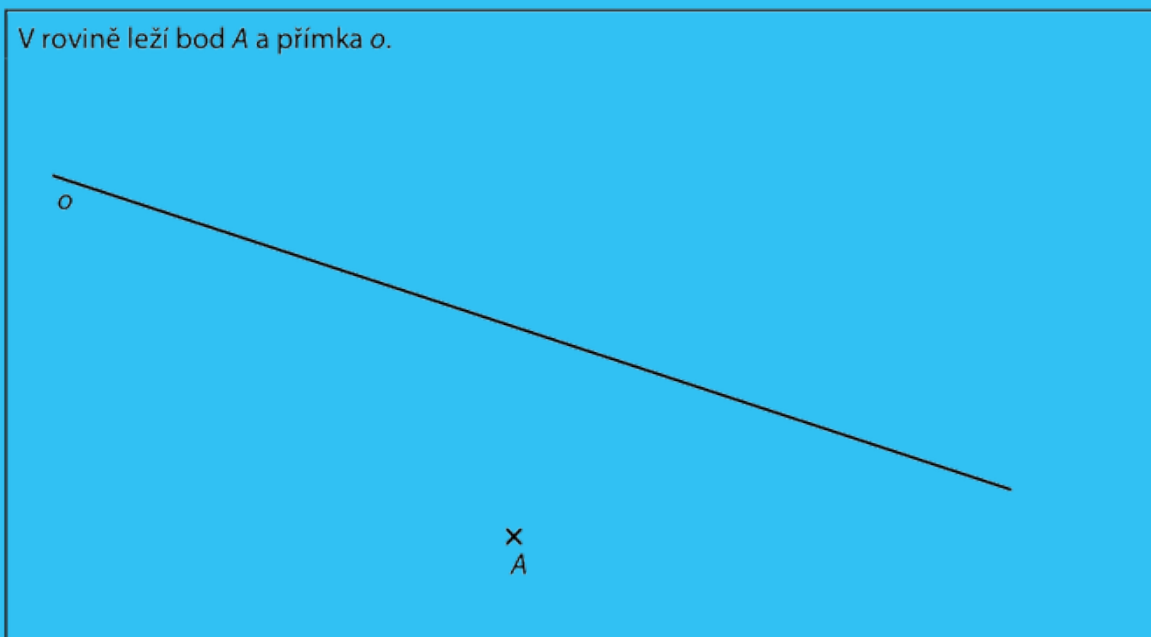


Postup konstrukce

1. Bodem A vedu kolmici k přímce b .
2. Průsečík této kolmice s přímkou b označím B .
3. Narýsuji kružnici k se středem B a poloměrem $r = |AB| + 2 \text{ cm}$.
4. Průsečíky kružnice k s přímkou c označím C_1 a C_2 .
5. Spojím body A, B, C_1 a A, B, C_2 – vzniknou trojúhelníky ABC_1, ABC_2 .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží bod A a přímka o .



(CZM)

max. 2 body

- 10** Bod A je vrchol **rovnoběžníku** $ABCD$.
 Přímka o je osou souměrnosti tohoto rovnoběžníku a leží na ní vrcholy B, D .
 Úhlopříčka BD rovnoběžníku $ABCD$ je dvakrát delší než úhlopříčka AC .
Sestrojte vrcholy B, C, D rovnoběžníku $ABCD$, **označte** je písmeny
 a rovnoběžník **narýsujte**.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

Jak přemýšlím?

1. Bod C: Přímka o je osou souměrnosti. Vrcholy A a C jsou osově souměrné podle přímky o , takže bod C získám jako obraz bodu A v osové souměrnosti.

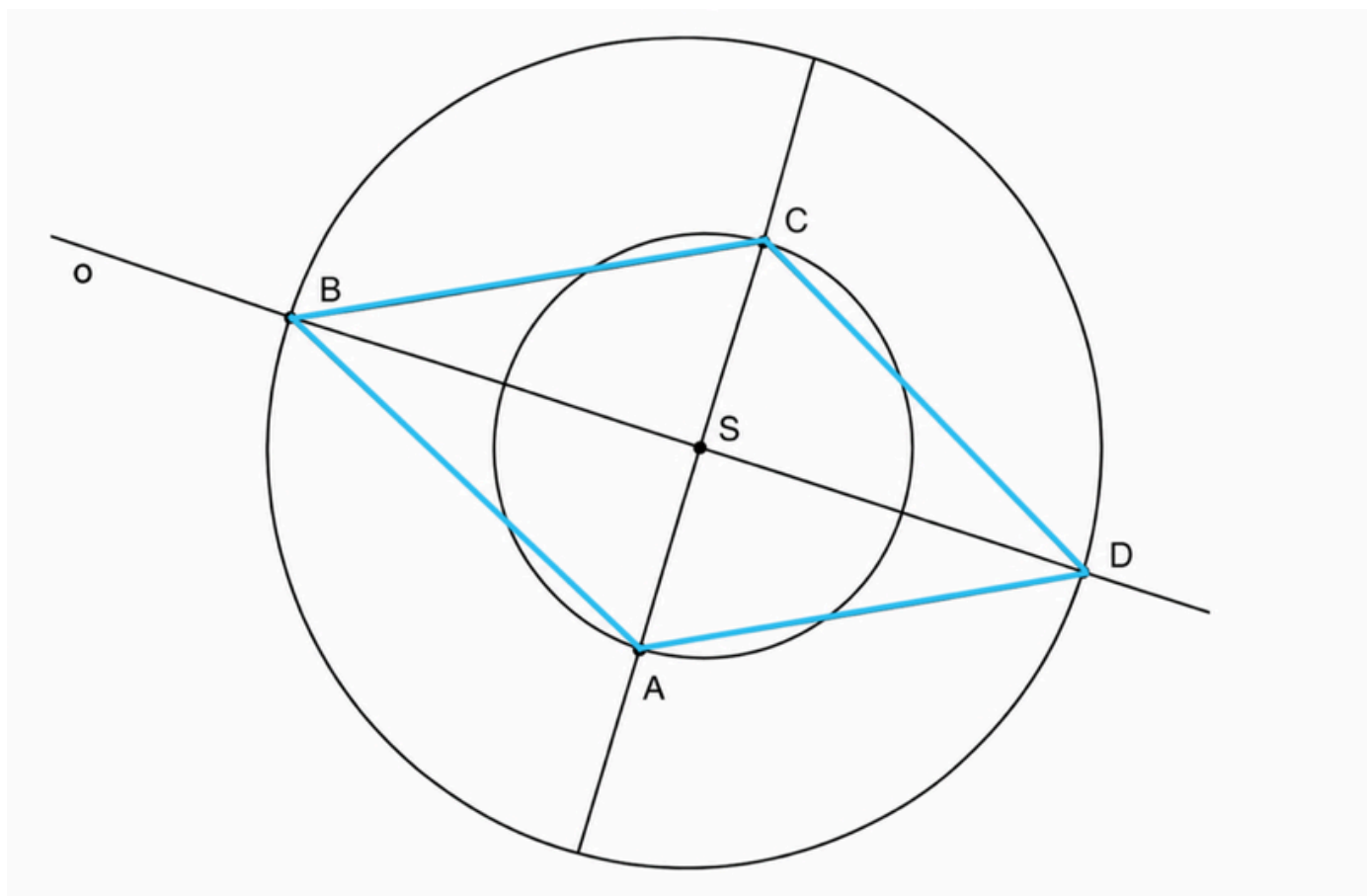
2. Střed S: Úsečka AC je kolmá k ose o a její průsečík s osou o je střed S rovnoběžníku. V rovnoběžníku se úhlopříčky navzájem půlí, takže S je zároveň středem úhlopříčky BD .

3. Vrcholy B a D: Ze zadání vím, že úhlopříčka BD je dvakrát delší než AC . Jelikož bod S leží v jejím středu, vzdálenost vrcholů B a D od středu S odpovídá polovině úhlopříčky BD , tedy celé délce AC .

$$|SB| = |SD| = |AC|$$

Konstrukce: Narýsuji kružnici k se středem S a poloměrem $r = |AC|$. Body B, D získám jako průsečíky kružnice k s osou o .

4. Spojením vrcholů A, B, C, D získám hledaný rovnoběžník.

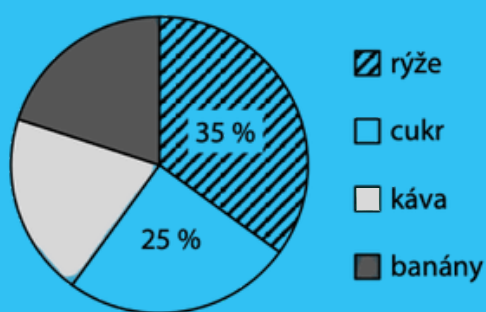


Postup konstrukce

1. Bodem A vedu kolmici k přímce o .
2. Její průsečík s přímkou o označím S .
3. Na stejné kolmici sestrojím bod C tak, aby $|AS| = |SC|$.
4. Narýsuji kružnici k se středem S a poloměrem $r = |AC|$.
5. Průsečíky kružnice k s přímkou o označím B a D .
6. Vznikne rovnoběžník $ABCD$.

VÝCHOZÍ TEXT A DIAGRAM K ÚLOZE 11

Náklad na lodi se skládá pouze ze čtyř druhů zboží – rýže, cukru, kávy a banánů.
Lod' veze 36 tun banánů a 36 tun kávy.
Diagram udává, jaký podíl na celkové hmotnosti nákladu mají jednotlivé druhy zboží.



(CZVV)

max. 4 body

11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

	A	N
11.1 Káva a banány tvoří dohromady dvě pětiny celkové hmotnosti nákladu.	☐	☐
11.2 Poměr hmotnosti kávy ku hmotnosti rýže je 4 : 7.	☐	☐
11.3 Lod' veze 63 tun rýže.	☐	☐

Jak přemýšlím?

- Informace z textu si zároveň promítnu do diagramu, abych přesně věděl, co jednotlivé části představují a jak spolu souvisejí.
- Z diagramu zjistím, že rýže tvoří 35 % nákladu a cukr 25 %. Káva a banány tedy dohromady tvoří zbylých 40 %.
- V zadání je uvedeno, že lod' veze 36 tun kávy a 36 tun banánů.
Dohromady tedy 72 tun, což odpovídá právě 40 % celého nákladu.
- Díky tomuto vztahu například trojčlenkou postupně ověřím každé tvrzení zvlášť a rozhodnu, zda je pravdivé, nebo nepravdivé.

Výpočet

11.1

Káva a banány: $100 \% - 35 \% - 25 \% = 40 \%$

40 % odpovídá $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

TVRZENÍ JE PRAVDIVÉ (A).

11.2

Poměr se dá snadno vypočítat i z procentuálních částí, které znám.

Káva a banány představují dohromady 40 % a jsou zastoupeny stejným množstvím.

Káva = **20 %**

Rýže = **35 %**

Poměr tedy mohu sestavit jako:

20 : 35

Následně jen zkrátím do základního tvaru (vydělím 5).

4 : 7

TVRZENÍ JE PRAVDIVÉ (A).

11.3

Výpočet 35 % přes 1 %:

$40 \% \dots 72 \text{ t} \rightarrow 1 \% \dots 72 \text{ t} : 40 = 1,8 \text{ t}$

$35 \% \dots 1,8 \text{ t} \cdot 35 = 63 \text{ t}$

TVRZENÍ JE PRAVDIVÉ (A).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Na parkovišti je 15 míst vyhrazeno pro zásobování.
Zatímco loni tato místa představovala jednu dvacetinu celkové kapacity parkoviště,
letos díky rozšíření parkoviště představují tato místa pouze 4 % celkové kapacity.

(CZVV)

2 body

12 O kolik parkovacích míst se díky rozšíření parkoviště zvětšila jeho celková kapacita?

- A) o 25 míst
- B) o 50 míst
- C) o 75 míst
- D) o 125 míst
- E) o jiný počet míst

Jak přemýšlím?

1. Počet míst vyhrazených pro zásobování se nezměnil. Změnila se pouze celková kapacita parkoviště.
2. Loni tvořilo 15 míst jednu dvacetinu celé kapacity, tedy kapacita byla loni dvacetkrát větší, než je zmiňovaných 15 míst.
3. Letos těch stejných 15 míst tvoří už jen 4 % celé kapacity. Vypočítám, jaký počet míst odpovídá 100 %.
4. Jakmile budu znát kapacitu parkoviště loni i letos, obě hodnoty odečtu.
5. Dávám pozor na to, že otázka se neptá na letošní celkovou kapacitu, ale o kolik míst se kapacita zvětšila.

Výpočet

Jestliže loni 15 míst tvořilo dvacetinu kapacity, tak celkovou loňskou kapacitu vypočítám:

$$15 \cdot 20 = \mathbf{300}$$

Letošní kapacitu vypočítám přes procenta. Víím, že 15 míst představuje 4 % celkové kapacity.

$$15 : 4 = \mathbf{3,75}$$

$$3,75 \text{ místa} = 1 \%$$

$$100 \% = 3,75 \cdot 100 = \mathbf{375}$$

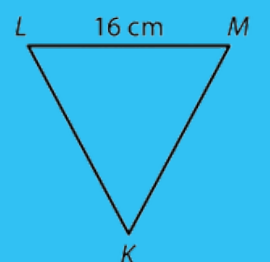
Nakonec od sebe jen letošní a loňskou kapacitu odečtu.

$$375 - 300 = \mathbf{75}$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE C.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Rovnoramenný trojúhelník KLM se základnou LM délky 16 cm má obvod 50 cm.



(CZVV)

2 body

13 Jaký je obsah trojúhelníku KLM ?

- A) 120 cm^2
- B) 136 cm^2
- C) 240 cm^2
- D) 272 cm^2
- E) jiný obsah

Jak přemýšlím?

1. Pořádně si přečtu zadání a uvědomím si, že znám **obvod rovnoramenného trojúhelníku a délku jeho základny**. Z těchto údajů mohu nejprve vypočítat délku obou stejně dlouhých ramen.
2. Pro výpočet obsahu trojúhelníku potřebuji znát **délku základny a výšku na tuto základnu**. Základnu znám, ale výšku si musím dopočítat.
3. V rovnoramenném trojúhelníku výška na základnu **rozdělí základnu na dvě stejné části**. Vzniknou mi tak dva shodné pravoúhlé trojúhelníky.
4. V jednom z těchto pravoúhlých trojúhelníků znám přeponu a jednu odvěsnu. Chybějící výšku proto vypočítám pomocí **Pythagorovy věty**.
5. Jakmile znám výšku, dosadím délku základny a výšku do vzorce pro obsah trojúhelníku:

$$S = \frac{k \cdot v_k}{2}$$

Výpočet

Nejprve dopočítám délku ramen:

$$50 - 16 = 34$$

$$34 : 2 = 17$$

Každé rameno tedy měří 17 cm.

Výška rozdělí základnu 16 cm na dvě části:

$$16 : 2 = 8$$

Výpočet – pokračování

Pomocí Pythagorovy věty dopočítám výšku v :

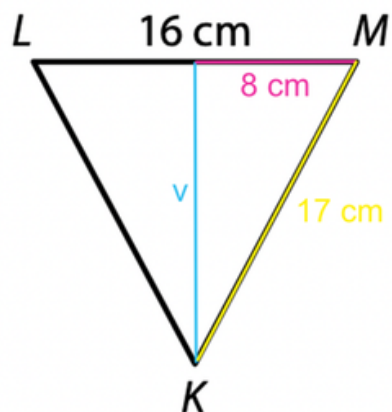
$$v^2 = 17^2 - 8^2$$

$$v^2 = 289 - 64$$

$$v^2 = 225$$

$$v = \sqrt{225}$$

$$v = 15 \text{ cm}$$



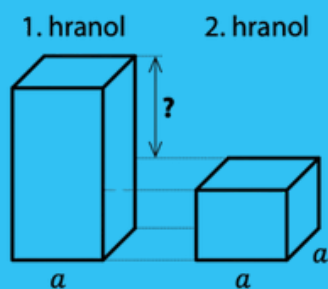
Dosadím vše do vzorečku na obsah trojúhelníku:

$$S = \frac{k \cdot v_k}{2} = \frac{16 \cdot 15}{2} = \frac{240}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE A).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

První i druhý pravidelný čtyřboký hranol mají podstavnou hranu délky $a = 3$ cm. První hranol má o 72 cm^2 větší povrch než druhý hranol.



(CZV)

2 body

14 O kolik cm se liší výšky obou hranolů?

- A) o 8 cm
- B) o 6 cm
- C) o 5 cm
- D) o 4 cm
- E) o 3 cm

Jak přemýšlím?

1. Uvědomím si, že oba hranoly mají stejné čtvercové podstavy. Liší se tedy pouze svou výškou.
2. Připomenu si, že povrch hranolu tvoří dvě podstavy a plášť. Protože podstavy obou hranolů jsou stejné, při porovnávání jejich povrchů se jejich obsahy navzájem „vyruší“.
3. Rozdíl povrchů 72 cm^2 tedy vzniká pouze rozdílem plášťů obou hranolů.
4. Plášť čtyřbokého hranolu si mohu představit jako čtyři obdélníkové stěny (bílé stěny na obrázku níže). Každá má jednu stranu dlouhou 3 cm a druhou stranu tvoří výška hranolu.
5. Neznámý rozdíl výšek si označím například x . Rozdíl obsahů jedné dvojice odpovídajících bočních stěn je tedy $3x$. Takové stěny jsou čtyři, proto sestavím jednoduchou rovnici.

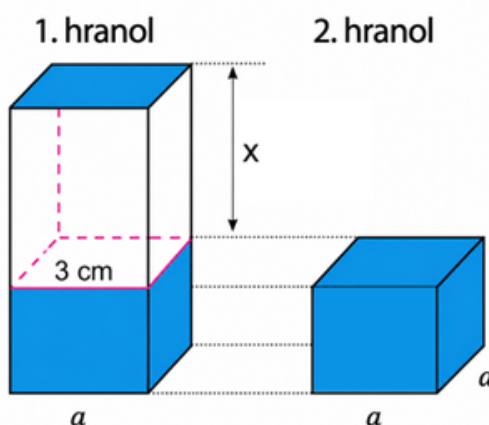
Výpočet

$$3 \cdot x \cdot 4 = 72$$

$$12x = 72 \quad /: 12$$

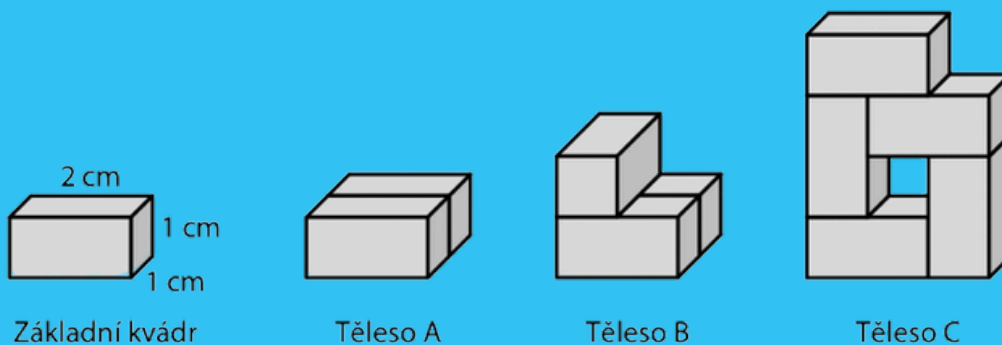
$$x = 6$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE B).



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Na podložce stojí základní kvádr o rozměrech 2 cm, 1 cm a 1 cm a další tři tělesa A, B, C, která jsme postavili z několika základních kvádrů (viz obrázek).



(CZVV)

max. 6 bodů

15 Přiřadte ke každé otázce (15.1–15.3) správnou odpověď (A–F).

- 15.1 O kolik procent větší je objem tělesa B než objem tělesa A? _____
- 15.2 O kolik procent menší je objem tělesa B než objem tělesa C? _____
- 15.3 Ze základního kvádrů odřízneme část, která přesně zaplní otvor uvnitř tělesa C. O kolik procent se zvětší objem tělesa C zaplněním otvoru touto částí? _____
- A) o 10 %
- B) o 25 %
- C) o 33 %
- D) o 40 %
- E) o 50 %
- F) o více než 50 %

Jak přemýšlím?

1. Uvědomím si, že všechna tři tělesa jsou složena ze **stejných základních kvádrů** o rozměrech 2 cm, 1 cm a 1 cm.
2. Nejprve si vypočítám objem jednoho základního kvádrů. $V = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2 \text{ cm}^3$.
3. U každého tělesa si podle obrázku spočítám, **z kolika základních kvádrů se skládá**. Díky tomu snadno zjistím jeho objem.
4. Ve všech třech otázkách pracuji s procenty. Dávám si proto pozor především na to, **z jakého základu procenta počítám**. Základem je vždy objem tělesa, před kterým najdu v otázce předložku „než“.
5. Jednotlivé otázky řeším postupně. Výsledek vždy porovnám s nabízenými možnostmi A–F a do záznamového archu zapíšu pouze příslušné písmeno.

Postup

15.1

Těleso A je složeno ze 2 základních kvádrů, jeho objem je tedy:

$$V_a = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^3$$

Těleso B je složeno ze 3 základních kvádrů, jeho objem je:

$$V_b = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^3$$

Těleso B má tedy o:

$$6 - 4 = 2$$

větší objem než těleso A.

Ptám se, o kolik procent je B větší než A, takže základem je objem tělesa A:

$$4 \text{ cm}^3 \dots\dots\dots 100 \%$$

$$2 \text{ cm}^3 \text{ jsou polovinou z našeho základu a platí, že: } \frac{1}{2} = 50 \%$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE E).

15.2

$$V_b = 6 \text{ cm}^3$$

$$V_c = 5 \cdot 2 = 10 \text{ cm}^3$$

Rozdíl objemů je:

$$10 - 6 = 4 \text{ cm}^3$$

Ptám se, o kolik procent je objem tělesa B menší než objem tělesa C, takže základem je objem tělesa C:

$$\begin{array}{l} \uparrow 10 \text{ cm}^3 \dots\dots\dots 100 \% \\ \uparrow 4 \text{ cm}^3 \dots\dots\dots x \% \end{array}$$

$$x = 100 \cdot \frac{4}{10} = 40 \%$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE D).

15.3

$$V_c = 10 \text{ cm}^3$$

Aby byl otvor zaplněn, musím použít přesně polovinu základního kvádru, tedy kvádr s objemem:

$$2 : 2 = 1$$

Celkový objem se tudíž zvětší z původních 10 cm³ na 11 cm³.

$$\begin{array}{l} \uparrow 10 \text{ cm}^3 \dots\dots\dots 100 \% \\ \uparrow 1 \text{ cm}^3 \dots\dots\dots x \% \end{array}$$

$$x = 100 \cdot \frac{1}{10} = 10 \%$$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ JE A).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Po spuštění automatu začali dva roboti Jas a Dok plnit **prázdnou** nádobu míčky a třetí robot Pat začal míčky odebírat.

Jas dal do nádoby v každé sekundě 1 míček,
Dok dal do nádoby v každé druhé sekundě 2 míčky najednou
a Pat v každé páté sekundě z nádoby 5 míčků najednou odebral.

(CZVV)

max. 4 body

16

- 16.1 Určete **počet míčků** v nádobě na konci 14. sekundy po spuštění automatu.
- 16.2 Určete, v kolikáté **sekundě** po spuštění počet míčků v nádobě **poprvé** překročil 30.
- 16.3 V některých sekundách se oproti předchozí sekundě změnil počet míčků v nádobě celkem o 3.
Určete **počet míčků** v nádobě v okamžiku, kdy k této změně došlo právě po třicáté.

Jak přemýšlím?

1. Pořádně si přečtu zadání a vypíšu si, jak často jednotliví roboti přidávají nebo odebírají míčky.
2. Mohu si vytvořit jednoduchou tabulku třeba pro prvních 5 sekund a postupně do ní zapisovat, co jednotliví roboti v každé sekundě udělají. Díky tomu snadno pochopím, co se vlastně děje a jaká jsou pravidla úlohy.
3. Dávám pozor na sekundy, ve kterých pracuje více robotů současně. Například v 10. sekundě přidává Jas i Dok, ale zároveň Pat 5 míčků odebere.
4. U každé podúlohy si dobře přečtu, na co přesně se mě ptá. Jednou hledám počet míčků v určité sekundě, podruhé okamžik, kdy počet poprvé překročí určitou hodnotu, a nakonec sleduji změnu počtu míčků mezi dvěma po sobě jdoucími sekundami.

Postup

16.1

Spočítám každého robota zvlášť.

Jas přidává každou sekundu:

$$14 \cdot 1 = 14$$

Dok přidává každé dvě sekundy:

$$(14 : 2) \cdot 2 = 14$$

Pat každých pět sekund bere – to nastane dvakrát v 5. a 10. sekundě:

$$2 \cdot (-5) = -10$$

Celkem = $14 + 14 - 10 = 18$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE 18 MÍČKŮ.

Postup

16.2

Nebudu míčky přidávat postupně po jednotlivých sekundách, ale pokusím se najít pravidelnost. Podívám se, co se děje ve chvíli, kdy všichni tři roboti pracují současně. To nastane každou desátou sekundu.

V 10. sekundě bude situace následující:

$$\text{Jas: } 10 \cdot 1 = 10$$

$$\text{Dok: } 5 \cdot 2 = 10$$

$$\text{Pat: } 2 \cdot (-5) = -10$$

Celkem tak bude v nádobě:

$$10 + 10 - 10 = 10$$

Stejným způsobem mohu pokračovat dál. Ve 20. sekundě bude v nádobě 20 míčků, ve 30. sekundě 30 míčků atd.

Nenechám se ale zmást. Ve 30. sekundě je sice v nádobě přesně 30 míčků, ale právě v této sekundě Pat 5 míčků odebral. To znamená, že před 30. sekundou už musel být počet míčků vyšší než 30. Musím tedy zjistit, kdy k překročení 30 míčků došlo poprvé.

Zkusím tedy vypočítat stav míčků například ve 26. sekundě.

$$\text{Jas: } 26 \cdot 1 = 26$$

$$\text{Dok: } 13 \cdot 2 = 26$$

$$\text{Pat: } 5 \cdot (-5) = -25$$

Celkem tedy bude v nádobě:

$$26 + 26 - 25 = 27$$

To je zatím míčků málo. Ve 27. sekundě přidá jeden míček pouze Jas, takže v nádobě bude 28 míčků.

Zkusím 28. sekundu.

$$\text{Jas: } 28 \cdot 1 = 28$$

$$\text{Dok: } 14 \cdot 2 = 28$$

$$\text{Pat: } 5 \cdot (-5) = -25$$

Celkem tedy bude v nádobě:

$$28 + 28 - 25 = 31$$

Ve 28. sekundě tedy počet míčků poprvé překročil 30.

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE VE 28. SEKUNDĚ.

Postup

16.3

Existují v podstatě čtyři možné situace, které mohou v jednotlivých sekundách nastat:

- Počet míčků se zvýší o 1 – například v 1., 3., 7., 9. ... sekundě.
- Počet míčků se sníží o 2 – například v 10., 20., 30. ... sekundě.
- Počet míčků se zvýší o 3 – například ve 2., 4., 6., 8. ... sekundě.
- Počet míčků se sníží o 4 – například v 5., 15., 25. ... sekundě.

Zajímá mě třetí situace, tedy okamžik, kdy se počet míčků oproti předchozí sekundě zvýší právě o 3.

Jedná se o sudé sekundy, které zároveň nesmí být násobky 5:

2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18, ...

Mohu si všimnout, že v každé desítce jsou taková čísla právě čtyři.

Hledám okamžik, kdy k této změně došlo po třicáté. Zkusím tedy zjistit, ve které desítce se to stane:

$30 : 4 = 7$ (zbytek 2)

Mám tedy 7 celých čtveřic, což je 28 hledaných výskytů. Sedmou čtveřicí tvoří:

62, 64, 66, 68

Potřebuji, aby daná situace nastala ještě dvakrát. To se stane v:

72. a 74. sekundě.

Třicátý výskyt tedy nastane v 74. sekundě.

Nyní zjistím, kolik míčků je v nádobě na konci 74. sekundy.

Jas: $74 \cdot 1 = 74$

Dok: $37 \cdot 2 = 74$

Pat: $14 \cdot (-5) = -70$

Celkem: $74 + 74 - 70 = 78$

SPRÁVNÁ ODPOVĚĚ JE 78 MÍČKŮ.



→ Než se pustíš do testu, pusť si video Strategie na přijímačky, kde zjistíš, jak nejlépe zvládnout přijímací test z matematiky.



→ Chceš být ještě připravenější? Přečti si nejdůležitější body, jak v testu postupovat.

