**Pracovní list: Dělitelnost přirozených čísel – základní pojmy, znaky dělitelnosti**

Pracovní list slouží především žákům 6. ročníku k domácímu procvičování, využít jej však mohou i žáci 9. tříd k přípravě na přijímací zkoušky.

Nejnáročnější a nejméně oblíbenou matematickou operací s reálnými čísly bývá u žáků základních škol obvykle operace dělení. Kapitola dělitelnost se zabývá především určováním, zda je celé číslo dělitelné jiným celým číslem beze zbytku, aniž by bylo nutné použít písemné dělení. Znalost znaků dělitelnosti tak početní operaci dělení může velmi usnadnit. Cílem pracovního listu je především objasnění základních pojmů z oblasti dělitelnosti a procvičení s pomocí příkladů k daným pojmům. Děti si své znalosti mohou následně ověřit i v navazujícím pracovním listu *Dělitelnost přirozených čísel – slovní úlohy*.

**Cíle kapitoly – žák:**

* objasní význam pojmů prvočíslo a číslo složené, uvede jejich příklady;
* zpaměti vyjmenuje prvočísla alespoň do 20;
* užívá pojmy dělenec, dělitel, podíl, násobek;
* rozhodne, zda jsou čísla soudělná či nesoudělná, vysvětlí význam těchto pojmů vlastními slovy;
* formuluje znaky dělitelnosti pro dělitele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10;
* ověří, zda je dané číslo dělitelné výše uvedenými děliteli;
* rozloží přirozené číslo na prvočinitele;
* vysvětlí pojmy největší společný dělitel, nejmenší společný násobek;
* užívá rozklad na prvočinitele při určování největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku;
* řeší slovní úlohy na dělitelnost přirozených čísel.

**Videa související s tématem:**

[Nebojte se matematiky II: Společné násobky a dělitelé](https://edu.ceskatelevize.cz/video/12591-nebojte-se-matematiky-ii-spolecne-nasobky-a-delitele)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**

*Tip: Pro úspěch v kapitole si v Malé trošce teorie pro začátek zopakuj základní pojmy z oblasti dělitelnost. Připomeň si, jak jednoduše zjistíš, zda je celé číslo dělitelné jiným beze zbytku, aniž by bylo nutné jej písemně dělit. V části pracovního listu s příklady následně zjistíš, které pojmy již ovládáš a kde je třeba více zabrat.*

**Malá troška teorie pro začátek**

* **ZÁKLADNÍ POJMY**



Příklady: čísla 3, 7, 11

POZOR: Číslo 1 není prvočíslo (nesplňuje podmínku dvou různých dělitelů)!

Příklady: čísla 4, 26, 100



Příklady – dvojice čísel: 4, 8 (mají společné dělitele čísla 1, 2, 4)

 25, 15 (mají společné dělitele čísla 1, 5)

 33, 66 (mají společné dělitele čísla 1, 3, 11, 33)

Příklady – dvojice čísel: 5, 8

 25, 3

 100, 17

* **ZNAKY DĚLITELNOSTI**

|  |
| --- |
| **Znaky dělitelnosti** |
| **0**  | NULOU NELZE DĚLIT! |
| **1** | Každé číslo je dělitelné číslem 1. |
| **2** | Číslo je dělitelné 2, když je sudé, tedy končí cifrou 0, 2, 4, 6 nebo 8. |
| **3** | Číslo je dělitelné 3, když je jeho ciferný součet dělitelný číslem 3. |
| **4** | Číslo je dělitelné 4, když je jeho poslední dvojčíslí dělitelné číslem 4. |
| **5** | Číslo je dělitelné 5, když končí čísly 0 nebo 5. |
| **6** | Číslo je dělitelné 6, když je dělitelné čísly 2 i 3 zároveň. |
| **9** | Číslo je dělitelné 9, když je jeho ciferný součet dělitelný číslem 9. |
| **10** | Číslo je dělitelné 10, když končí číslem 0. |

* **POJMY DĚLENEC, DĚLITEL, PODÍL, NÁSOBEK, SPOLEČNÝ DĚLITEL, SPOLEČNÝ NÁSOBEK**

S pojmy dělenec, dělitel, podíl se žáci v matematice setkali již na prvním stupni v souvislosti s matematickou operací dělení. Aby si tyto pojmy nepletli s pojmy užívanými v kapitole dělitelnost přirozených čísel, připomeneme:

**Pojmy násobek a dělitel v souvislosti s dělitelností:**

**Násobek čísla je přirozené číslo, které je daným číslem dělitelné beze zbytku.**

Příklady: násobky čísla 10 = 10, 20, 30, 40, 50, …

 násobky čísla 22 = 22, 44, 66, 88, 110, …

 násobky čísla 2 = 2, 4, 6, 8, 10, …

**Dělitel čísla je přirozené číslo, které dané číslo dělí beze zbytku.**

Příklady: dělitelé čísla 7 = 1, 7

 dělitelé čísla 15 = 1, 3, 5, 15

 dělitelé čísla 100 = 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

**Společný násobek celých čísel je každé přirozené číslo, které je danými čísly dělitelné beze zbytku.**

Příklady: společné násobky čísel 3, 4 = čísla 12, 24, 36, …

 společné násobky čísel 10, 8 = čísla 40, 80, 120, 160, …

 společné násobky čísel 1, 2 = čísla 2, 4, 6, …

**Společný dělitel celých čísel je každé přirozené číslo, které dělí daná čísla beze zbytku.**

Příklady: společní dělitelé čísel 8, 12 = čísla 2, 4

 společní dělitelé čísel 30, 60 = čísla 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

 společní dělitelé čísel 21, 14, 70 = čísla 1, 7

**Nejmenší společný násobek celých čísel je nejmenší číslo, které je danými čísly dělitelné beze zbytku.**

Příklady: nejmenší společný násobek čísel 3, 4 = číslo 12

 nejmenší společný násobek 10, 8 = číslo 40

 nejmenší společný násobek 1, 2 = číslo 2

Značí se ***n***, zapisuje se například n (5, 15) = 15, čte se: „Nejmenší společný násobek čísel 5 a 15 je číslo 15.“

(Lze zapsat také NSN (5, 15) = 15.)

**Největší společný dělitel celých čísel je největší číslo, které dělí daná čísla beze zbytku.**

Příklady: největší společný dělitel čísel 8, 12 = číslo 4

 největší společný dělitel čísel 30, 60 = číslo 30

 největší společný dělitel čísel 21, 14, 70 = číslo 7

Značí se ***D***, zapisuje se D (24, 40) = 8, čte se: „Největší společný dělitel čísel 24 a 40 je číslo 15.“

(Lze zapsat také NSD (24, 40) = 8.)

* **ROZKLAD NA PRVOČINITELE** (prvočíselný rozklad, rozklad na součin prvočísel)

Každé číslo lze rozložit na takzvaný součin prvočísel a jako součin prvočísel je také zapsat. Rozklad na prvočinitele se poté využívá k určení nejmenšího společného násobku a největšího společného dělitele.

UKÁZKA:

 30 56 124

**2** · 15 **2** · 28 **2** · 62

 **3** · **5 2** · 14 **2** · **31**

30 = 2 · 3 · 5 **2** · **7** 124 = 2 · 2 · 31

56 = 2 · 2 · 2 · 7

*Poznámka: K rozkladu na prvočinitele lze použít i odlišné schéma, srovnej:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 30 | 2 |  | 56 | 2 |  | 124 | 2 |
| 15 | 3 |  | 28 | 2 |  | 62 | 2 |
| 51 | 5 |  | 1471 | 27 |  | 311 | 31 |

 prvočinitelé čísel 30, 56, 124

* **URČOVÁNÍ NEJVĚTŠÍHO SPOLEČNÉHO DĚLITELE (NSD)**

Postupuje se tak, že čísla, jejichž NSD hledáme, rozložíme na prvočinitele. NSD je součin všech společných prvočinitelů.

**VZOROVÝ PŘÍKLAD**

**Urči NSD čísel 120 a 126.**

 120 126

**2** · 60 2 · 63

 2 · 30 3 · 21

 2 · 15 3 · 7

 **3**  · 5

120 = 2 · 2 · 2 · 3 · 5

126 = 2 · 3 · 3 · 7

NSD (120, 126) = 2 · 3 = 6

* **URČOVÁNÍ NEJMENŠÍHO SPOLEČNÉHO NÁSOBKU (NSN)**

Postupuje se tak, že čísla, jejichž NSN hledáme, rozložíme na prvočinitele. NSN je součin všech prvočinitelů, kteří se vyskytují alespoň v jednom rozkladu.

**VZOROVÝ PŘÍKLAD 1**

**Urči NSN čísel 72 a 168.**

 72 168

**2** · 36 2 · 84

 **2** · 18 2 · 42

 **2** 9 2 · 21

 **3** · **3** 3 · **7**

72 = **2** · **2** · **2** · **3** · **3**

168 = 2 · 2 · 2 · 3 · **7**

NSN (72, 168) = 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 7 = 504

**VZOROVÝ PŘÍKLAD 2**

**Urči NSN čísel 45 a 60.**

 45 60

**3** · 15 **2** · 30

 **3** · **5** **2** · 15

 3 · 5

45 = **3** · **3** · **5**

60 = **2** · **2** · 3 · 5

NSN (45, 60) = 3 · 3 · 2 · 2 · 5 = 180

* **ZAJÍMAVÉ ÚLOHY**
1. Vybarvi násobky čísel 2, 3, 5, 7 předepsanými barvami. Pokud je některé číslo násobkem více čísel, vybarvi políčko pouze jednou barvou (například číslo 6 je násobkem čísel 2 a 3, stačí je vybarvit zelenou nebo fialovou.). Poté doplň text pod tabulkou.
* násobky čísla 2 zeleně
* násobky čísla 3 fialově
* násobky čísla 5 modře
* násobky čísla 7 oranžově

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | 4 | **5** | 6 | **7** | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Čísla, která zůstala nevybarvená, tedy \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, se nazývají \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_. Tato čísla mají právě \_\_ dělitele, kterými jsou čísla \_\_ a \_\_\_\_\_\_\_. Opakem jsou čísla \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_ \_\_, která mají více než \_\_ dělitele různé od čísla 1.

**ŘEŠENÍ:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | 4 | **5** | 6 | **7** | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Čísla, která zůstala nevybarvená, tedy **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97**, se nazývají **prvočísla**. Tato čísla mají právě **dva** dělitele, kterými jsou čísla **1** a **číslo samotné**. Opakem jsou čísla **složená**, která mají více než **dva** dělitele různé od čísla 1.

1. **Jak si zapamatovat, že nulou nelze dělit?**

Již víš, že číslem nula nelze dělit. Zkus položit mladšímu žákovi otázku:

**5 : 0 = ?**

Hádej, jak na tuto otázku děti obvykle odpovídají?

Některé říkají, že 5 : 0 = 0, jiné, že 5 : 0 = 5. Obvykle nepadá odpověď, že nulou nelze dělit.

Odpověz: **„Tak udělej zkoušku!“**

Podívej se, jak by tato zkouška dopadla! Podíl vynásob dělitelem, v případě správného řešení dostaneš dělence.

**ZÁVĚR: Není možné najít žádný podíl pro dělení číslem nula tak, aby vyšla zkouška.**

**Nulou nelze dělit!**

1. **Rodné číslo**

Napiš si na kousek papíru své rodné číslo. Sečti všechny cifry na lichých pozicích (tedy 1., 3., 5., 7. a 9. cifru), následně všechny cifry na sudých pozicích (tedy 2., 4., 6., 8. a 10. cifru). Výsledné součty od sebe odečti. Dostaneš číslo dělitelné číslem 11.

*Zajímavost na závěr: Každé rodné číslo občana České republiky je desetimístné číslo, které je bezezbytku dělitelné číslem 11.*

***Upozornění: Své rodné číslo nikomu neprozrazuj, aby nedošlo ke zneužití osobních údajů.***

**PŘÍKLADY**

1. **Roztřiď do tabulky prvočísla a čísla složená.**

**51, 19, 21, 1, 0, 2, 5, 11, 12, 25, 17, 18, 111**

|  |  |
| --- | --- |
| prvočísla |  |
| čísla složená |  |

**Která čísla do tabulky nezařadíš? Proč?**

…………………………………………………………………………………………….

1. **Vyznač dvojice čísel soudělných.**

**27; 15 30; 19 33; 39 17; 18 2; 3 2; 5 36; 100 25; 50**

1. **Na základě znaků dělitelnosti o každém níže uvedeném čísle rozhodni, zda je dělitelné 2, 3, 4, 5, 6, 9 a 10 a přiřaď je do tabulky ke každému jeho děliteli.**

**303, 234, 950, 100, 99, 8 973**

|  |
| --- |
| dělitelé |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 9 | 10 |
|  |  |  |  |  |  |  |

1. **Doplň místo hvězdičky chybějící cifru tak, aby číslo bylo dělitelné dělitelem uvedeným v tabulce. Pokud existuje více možností, uveď všechny. (Pro přehlednost napiš celá čísla vždy pod číslo s hvězdičkou.)**

|  |  |
| --- | --- |
| **dělitel** | **čísla** |
| 3 | **25\*** | **3 5\*6** |
| 5 | **1 25\*** | **25\*** |
| 2 | **20\*** | **42\*** |
| 9 | **12\*** | **3 \*90** |
| 4 | **2 43\*** | **32 02\*** |
| 6 | **12\*** | **98\*** |

1. **Ke každému číslu vypiš alespoň tři jeho násobky.**

**12 –**

**35 –**

**9 –**

**115 –**

1. **Ke každému číslu vypiš všechny jeho dělitele.**

**12 –**

**35 –**

**9 –**

**115 –**

1. **Rozlož na prvočinitele čísla 924 a 144.**
2. **Urči největšího společného dělitele čísel 175 a 490.**
3. **Urči největšího společného dělitele čísel 336, 72 a 84.**
4. **Urči nejmenší společný násobek čísel 70 a 105.**
5. **Urči nejmenší společný násobek čísel 54 a 90.**

**ZÁVĚREČNÁ SEBEREFLEXE**

Zamysli se a odpověz na otázky:

* Orientuji se v základních pojmech kapitoly Dělitelnost přirozených čísel?
* Formuluji znaky dělitelnosti?
* Rozpoznám na základě znaků dělitelnosti, zda je číslo daným dělitelem dělitelné?
* Určím nejmenší společný násobek a největšího společného dělitele čísel?
* Který typ úloh mi ještě činí potíže?
* Co nového mi práce přinesla?
* Co bych sám/sama sobě doporučil/a v této kapitole pro svůj další přínos?

Chceš-li, vybarvi vhodný emotikon pro vlastní sebereflexi:



**ŘEŠENÍ**

1. **Roztřiď do tabulky prvočísla a čísla složená.**

**51, 19, 21, 1, 0, 2, 5, 11, 12, 25, 17, 18, 111**

|  |  |
| --- | --- |
| prvočísla | 19, 2, 5, 11, 17 |
| čísla složená | 51, 21, 12, 25, 18, 111 |

1. **Která čísla do tabulky nezařadíš? Proč?**

Do tabulky jsme nezařadili čísla 0 a 1, nejedná se ani o prvočísla, ani čísla složená.

1. **Vyznač dvojice čísel soudělných.**

**27; 15 30; 19 33; 39 17; 18 2; 3 2; 5 36; 100 25; 50**

1. **Na základě znaků dělitelnosti o každém níže uvedeném čísle rozhodni, zda je dělitelné 2, 3, 4, 5, 6, 9 a 10 a přiřaď je do tabulky ke každému jeho děliteli.**

**303, 234, 950, 100, 99, 8 973**

|  |
| --- |
| dělitelé |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 9 | 10 |
| 234950100 | 303234998 973 | 100 | 950100 | 234 | 234998 973 | 100950 |

1. **Doplň místo hvězdičky chybějící cifru tak, aby číslo bylo dělitelné dělitelem uvedeným v tabulce. Pokud existuje více možností, uveď všechny. (Pro přehlednost napiš celá čísla vždy pod číslo s hvězdičkou.**

|  |  |
| --- | --- |
| **dělitel** | **čísla** |
| 3 | **25\***252, 255, 258 | **3 5\*6**3 516, 3 546, 3 576 |
| 5 | **1 25\***1 250, 1 255 | **25\***250, 255 |
| 2 | **20\***200, 202, 204, 206, 208 | **42\***420, 422, 424, 426, 428 |
| 9 | **12\***126 | **3 \*90**3 690 |
| 4 | **2 43\***2 432, 2 436 | **32 02\***32 020, 32 024, 32 028 |
| 6 | **12\***120, 126 | **98\***984 |

1. **Ke každému číslu vypiš alespoň tři jeho násobky.**

**12** – 12, 24, 36

**35** – 35, 70, 105

**9 –** 9, 18, 27

**115** – 115, 230, 345

1. **Ke každému číslu vypiš všechny jeho dělitele.**

**12**  – 1, 12, 2, 3, 4, 6

**35 –** 1, 35, 5, 7

**9 –** 1, 9, 3

**115 –** 1, 115, 5, 23

1. **Rozlož na prvočinitele čísla 924 a 144.**

 924 144

**2** · 462 **2** · 72

 **2** · 231 **2** · 36

 **3** · 77 **2** · 18

 **7** · **11** **2** · 9

 924 = 2 · 2 · 3 · 7 · 11 **3** · **3**

144 = 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 3

1. **Urči největšího společného dělitele čísel 175 a 490.**

 175 490

**5** · 35 2 · 245

 5 · **7**  5 · 49

 7 · 7

175 = 5 · 5 · 7

490 = 2 · 5 · 7 · 7

NSD (175, 490) = 5 · 7 = 35

1. **Urči největšího společného dělitele čísel 336, 72 a 84.**

336 84 72

**2** · 168 2 · 42 2 · 36

 **2** · 84 2 · 21 2 · 18

 2 · 42 3 · 7 2 · 9

 2 · 21 3 · 3

 **3** · 7

336 = 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 7

84 = 2 · 2 · 3 · 7

72 = 2 · 2 · 2 · 3 · 3

NSD (336, 72, 84) = 2 · 2 · 3 = 12

1. **Urči nejmenší společný násobek čísel 70 a 105.**

 70 105

 **2** · 35 5 · 21

 **5** · **7** **3** · 7

70 = 2 · 5 · 7

105 = 3 · 5 · 7

NSN (70, 105) = 2 · 5 · 7 · 3 = 210

1. **Urči nejmenší společný násobek čísel 54 a 90.**

54 90

 **2** · 27 2 · 45

 **3** · 9 3 · 15

 **3** · **3** 3 · 5

54 = 2 · 3 · 3· 3

90 = 2 · 3 · 3 · 5

NSN (54, 90) = 2 · 3 · 3 · 3 · 5 = 270

 Autor: Kateřina Dreslerová

Toto dílo je licencováno pod licencí t Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [https://creativecommons.org/choose/?lang=cs]