**Nebojte se matematiky – pracovní list Finanční gramotost – základní typy příkladů**

Pracovní list slouží především žákům 9. ročníku k domácímu procvičování.

**Hlavním cílem** pracovního listuje objasnit žákům na vzorových příkladech způsoby, jakými se počítají úroky a výsledná hodnota kapitálu (zaplacené částky) u úvěrových a spořicích produktů. Cvičení jsme zacíli také na zafixování základních a neustále užívaných pojmů z oblasti finanční matematiky.

**Pracovní list je jedním ze série následujících pracovních listů:**

* Finanční gramotnost – Úvod do kapitoly finanční matematiky, základní pojmy
* **Finanční gramotnost** **– základní typy příkladů**
* Finanční gramotnost – půjčky a další druhy financování
* Finanční gramotnost – spořicí produkty a investice
* Finanční gramotnost – rozpočet, příjmy a výdaje

**Videa související s tématem:**

[Finanční gramotnost: Spotřebitelský úvěr a hypotéka](https://edu.ceskatelevize.cz/video/17233-financni-gramotnost-spotrebitelsky-uver-a-hypoteka)

[Finanční gramotnost: Spoření a jeho význam](https://edu.ceskatelevize.cz/video/17232-financni-gramotnost-sporeni-a-jeho-vyznam)

[Finanční gramotnost: Investice](https://edu.ceskatelevize.cz/video/17223-financni-gramotnost-investice)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**

*Tip: Pro úspěch v kapitole si v Malé trošce teorie pro začátek zopakuj vzorce, které používáme při jednotlivých typech úrokování! Připomeň si, jak daný typ úročení funguje, projdi vzorové příklady a následně si ověř, zda učivu rozumíš!*

**Malá troška teorie pro začátek**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Při neuvažování daně 15 %** | **Při uvažování daně 15 %** |
| **Úrokování** | **Výpočet výsledného kapitálu** | **Výpočet úroku** | **Výpočet výsledného kapitálu** | **Výpočet úroku** |
| **Jednoduché** | **Kn = K0 · (1 + i · t)****Kn = K0 · (1 +** $\frac{p}{100}$ **· t)** | **ú = j · i · t** **ú =** $\frac{j ∙ p ∙ t }{100}$ | **Kn = K0 · (1 + i · t · 0,85)****Kn = K0 · (1 +** $\frac{p}{100} $**· t · 0,85)** | **ú = j · i · t · 0,85****ú =** $\frac{j ∙ p ∙ t }{100}$ **· 0,85** |
| **Složené** | **Kn = K0 · (1 + i)n****Kn = K0 · (1 +** $\frac{p}{100}$**)n** | **ún = Kn – K0****(Složité vzorce, které se obvykle na ZŠ neužívají, neuvádíme.)** | **Kn = K0 · (1 + i · 0,85)n****Kn = K0 · (1 +** $\frac{p}{100}$ **· 0,85)n** | **ún = Kn – K0****(Složité vzorce, které se obvykle na ZŠ neužívají, neuvádíme.)** |
| **Kombinované** | **Je kombinací jednoduchého a složeného úrokování; při výpočtech úrokovací dobu rozdělíme na dílčí úrokovací doby a každou část počítáme zvlášť.** |

* **JEDNODUCHÉ ÚROKOVÁNÍ**

VZOROVÝ PŘÍKLAD 1 – VÝPOČET KONEČNÉHO KAPITÁLU A ÚROKU – SPOŘENÍ

**Pan Rychtář si uložil do banky na termínovaný vklad s roční úrokovou sazbou 3,2 % částku 300 000,- Kč. Vypočítej, kolik bude mít naspořeno po pěti letech, jestliže banka vklad úročí způsobem jednoduchého úrokování. Jaký byl čistý zisk po jednom a pěti letech spoření? Nezapomeň uvažovat daň 15 %.**

* ZAPLACENÁ ČÁSTKA CELKEM VČETNĚ ÚROKŮ

K0 = 300 000,- Kč

i = 0,032

t = 5 (n = 5)

K5 = ?

Kn = K0 · (1 + i · n · 0,85)

K5 = 300 000 · (1 + 0,032 · 5 · 0,85)

K5 =340 800,- Kč

**Odpověď: Pan Rychtář bude mít po pěti letech částku 340 800,- Kč.**

* ZISK PO JEDNOM ROCE SPOŘENÍ:

p = 3,2 %

K = 300 000,- Kč

t = 1 rok

ú = ?

ú = $\frac{j ∙ p ∙ t }{100}$ · 0,85

ú = $\frac{300 000 ∙ 3,2 ∙ 1 }{100}$ · 0,85

ú = 8 160,- Kč

**Odpověď: Po roce spoření činil zisk 8 160,- Kč.**

* ZISK PO PĚTI LETECH SPOŘENÍ

(pro srovnání užijeme vzorec s roční úrokovou mírou *i*):

p = 3,2 % i = 0,032

K = 300 000,- Kč

t = 5 let

ú = ?

ú = j · i · t · 0,85

ú = 300 000 · 0,032 · 5 · 0,85

ú = 40 800,- Kč

*Poznámka: Úrok jsme mohli také vypočítat bez použití vzorce jako rozdíl K5 – K0.*

**Odpověď: Po pěti letech činil zisk 40 800,- Kč.**

VZOROVÝ PŘÍKLAD 2 – VÝPOČET KONEČNÉHO KAPITÁLU A ÚROKU – PŮJČKY

**Pan Nobles si v bance půjčil částku 400 000,- Kč na rekonstrukci bytu. Roční úroková sazba činila 6,4 %. Hypotéku splatil po 12 letech. Vypočítej, jak velkou částku pan Nobles zaplatil celkem i s úroky a kolik Kč na úrocích přeplatil. Banka úročila způsobem jednoduchého úrokování.**

p = 6,4 % i = 0,064

K = 4 000 000,- Kč

t = n = 12 let

K12 = ?

 Kn = K0 · (1 + i · t)

K12 = 4 000 000 · (1 + 0,064 · 12)

K12 = 7 072 000,- Kč

ú = Kn – K0

 ú = K12 – K0

ú = 7 072 000 – 4 000 000

ú = 3 072 000,- Kč



**Odpověď: Pan Nobles zaplatil celkem i s úroky částku 7 072 000,- Kč. Částka přeplacená na úrocích činila 3 072 000,- Kč.**

*Poznámka: Pro výpočet úroků se zpravidla nepoužívá způsob jednoduchého úrokování, ale složitější postupy. Platí, že každý rok se úrok počítá z nižší a nižší částky – rozdílu původní zapůjčené částky a tzv. úmoru – již splacené části úvěru. Úrok se tedy postupně snižuje.*

* **SLOŽENÉ ÚROKOVÁNÍ**

*Podíváme se na to, jaký bude finanční rozdíl v případě, kdy si pan Rychtář z předchozích příkladů vloží stejnou částku na termínovaný vklad, a ten se mu bude úročit principem složeného úrokování.*

VZOROVÝ PŘÍKLAD – VÝPOČET KONEČNÉHO KAPITÁLU A ZISKU (ÚROKU)

**Pan Rychtář si vloží částku 300 000,- Kč na spořicí účet o roční úrokové míře 0,032.**

1. **Jakou celkovou částku bude mít na spořicím účtu po pěti letech spoření?**
2. **Kolik Kč získá na úrocích za jeden rok?**
3. **Kolik Kč získá na úrocích za pět let?**
4. **Je to více než při jednoduchém úrokování jako ve vzorovém příkladu 1? O kolik?**

**Vždy počítáme se zdaněním úroku 15 %.**

ŘEŠENÍ:

1. K0 = 300 000,- Kč

i = 0,032

n = 5 let

K5 = ?

Kn = K0 · (1 + i · 0,85)n

K5 = 300 000 · (1 + 0,032 · 0,85)5

K5 **≐** 343 081,- Kč

**Odpověď: Po pěti letech bude mít pan Rychtář na spořicím účtu částku 343 081,- Kč.**

1. Pro výpočet úroku za jeden rok spoření používáme vzorec pro jednoduché úrokování.

j = 300 000,- Kč

i = 0,032

t = 1 rok

ú = ?

ú = j · i · t · 0,85

ú = 300 000 · 0,032 · 1 · 0,85

ú = 8 160,- Kč

**Odpověď: Pan Rychtář získá za jeden rok spoření stejný úrok jako ve vzorovém  příkladě 1 na jednoduché úrokování, tedy částku 8 160,- Kč.**

1. ú5 = K5 – K0

ú5 = 343 081 – 300 000

ú5 = 43 081,- Kč

**Odpověď: Pan Rychtář získá po pěti letech spoření na úrocích částku 43 081,- Kč.**

1. 43 081 – 40 800 = 2 281 (Kč)

**Odpověď: Při způsobu složeného úročení získá pan Rychtář o 2 281,- Kč více než při způsobu jednoduchého úročení.**

* **KOMBINOVANÉ ÚROKOVÁNÍ**

VZOROVÝ PŘÍKLAD

**Pan Mráz vložil 1. 1. 2020 částku 250 000,- Kč na spořicí účet s roční úrokovou sazbou 6,9 %. Dne 5. 3. 2024 se rozhodl spoření ukončit a celý obnos peněz vybral. Vypočítej, jakou celkovou částku pan Mráz vybral a jaký byl čistý zisk po zdanění.**

ŘEŠENÍ:

Úrokovací dobu si rozdělíme na dvě části:

* od 1. 1. 2020 do 31. 12. 2023 … 4 roky složené úrokování

K0 = 250 000,- Kč

i = 0,069

n = 4 roky

K4 = ?

Kn = K0 · (1 + i · 0,85)n

K4 = 250 000 · (1 + 0,069 · 0,85)4

K4 **≐** 314 014,- Kč

* od 1. 1. 2024 do 5. 3. 2024 … 30 + 30 + 4 = 64 dní (započítali jsme den sjednání spoření, nezapočítáváme tedy již den výběru) jednoduché úrokování

K0 = 314 014,- Kč

i = 0,069

t = $\frac{64}{360}$ (roku)

Kk = ?

Kk = K0 · (1 + i · t · 0,85)

Kk = 314 014 · (1 + 0,069 · $\frac{64}{360} $· 0,85)

Kk **≐** 317 288,- Kč

ú = Kk – K0

ú = 317 288 – 250 000

ú = 67 288,- Kč

**Odpověď: Pan Mráz vybral celkovou částku 317 288,- Kč. Na úrocích získal 67 288,- Kč.**

**PŘÍKLADY**

1. Manželé Jírovi si vzali hypotéku 4 500 000,- Kč s roční úrokovou mírou 0,049. Smlouvu o půjčce uzavřeli dne 2. 4. 2009, kdy také začali úvěr čerpat. Doba splatnosti činila 18 let. Hypotéku se jim podařilo splatit 3. 7. 2021. Na základě textu doplň do tabulky základní parametry této půjčky, dopočítej roční úrokovou sazbu a délku úrokovací doby.

|  |  |
| --- | --- |
| **parametr** | **hodnota** |
| **jistina** |  |
| **roční úroková míra** |  |
| **roční úroková sazba** |  |
| **úrokovací období** |  |
| **úrokovací doba** |  |

1. Manželé Maláčovi si na spořicí účet s roční úrokovou sazbou 4,5 % vložili částku 500 000,- Kč. Po roce peníze vybrali, aby využili výhodnější nabídky jiných bank. Vypočítej, jaký zisk z ročního spoření Maláčovi měli. Počítej se zdaněním 15 %.
2. Maláčovi z příkladu 1 získaný úrok utratili a částku 500 000,- tentokrát vložili na termínovaný vklad s roční úrokovou mírou 0,05. Vypočítej výsledný kapitál po čtyřech letech spoření. Uvažuj zdanění úroku a počítej dle principu složeného úrokování.
3. Klient si dne 3. 6. 2020 sjednal v bance úvěr ve výši 750 000,- Kč s roční úrokovou mírou 0,089. Úvěr splatil 5. 12. 2020. Kolík Kč klient přeplatil na úrocích?
4. Babička a dědeček si dne 3. 5. 1970 řekli své „ano“ a na stvrzení velké lásky založili spořicí účet. Vložili symbolický vklad 10 000,- Kč, který banka zhodnocovala 3,2 % ročně. Dohodli se, že pokud jim láska pokvete a vydrží spolu do zlaté svatby, tedy 50 let, naspořené peníze si vyberou a pojedou na cestu kolem světa. Babičce a dědečkovi se manželství vydařilo, oslavili společných 50 let od uzavření sňatku a rozhodli se, že peníze vyberou až na výročí seznámení, kdy spolu oslaví 55 let společného života. Tak se stalo 19. 9. 2024. Vypočítej, zda byla představa seniorů reálná a naspořená částka pokryje vysněnou dovolenou.
5. Otázka k zamyšlení: Je pro spoření po dobu několika let výhodnější princip jednoduchého nebo složeného úrokování? Jak je tomu pro úvěrové produkty? Své odpovědi zdůvodni.

**ZÁVĚREČNÁ SEBEREFLEXE**

Zamysli se a odpověz na otázky:

* Orientuji se v pojmech, které se v souvislosti s úrokováním používají?
* Rozumím vzorcům?
* Vnímám rozdíl mezi jednotlivými způsoby úročení?
* Vyřeším úlohu na úrokování?
* Který typ úloh mi naopak ještě potíže činí?
* Co nového mi práce přinesla?
* Co bych sám sobě doporučil pro svůj další přínos v této kapitole?

Chceš-li, vybarvi vhodný emotikon pro vlastní sebereflexi:



**ŘEŠENÍ**

1. **Manželé Jírovi si vzali hypotéku 4 500 000,- Kč s roční úrokovou mírou 0,049. Smlouvu o půjčce uzavřeli dne 2. 4. 2009, kdy také začali úvěr čerpat. Doba splatnosti činila 18 let. Hypotéku se jim podařilo splatit 3. 7. 2021. Na základě textu doplň do tabulky základní parametry této půjčky, dopočítej roční úrokovou sazbu a délku úrokovací doby.**

|  |  |
| --- | --- |
| **parametr** | **hodnota** |
| **jistina** | 4 500 000,- Kč |
| **roční úroková míra** | 0,049 |
| **roční úroková sazba** | p = 100 · ip = 100 · 0,049p = 4,9 % |
| **úrokovací období** | 1 rok |
| **úrokovací doba** | 1. část: od 2. 4. 2009 do 31. 12. 2009 … 29 + 8 · 30 = 269 (dní)2. část: od 1. 1. 2010 do 31. 12. 2020… 11 let3. část: od 1. 1. 2021 do 3. 7. 2021… 6 · 30 + 2 = 182 (dní)celkem: 11 + $\frac{269+182}{360}$ = 11 + $\frac{451}{360}$ = 12$ \frac{91}{360}$ (let, tj. 12 let 3 měsíce a 1 den) |

1. **Manželé Maláčovi si na na spořicí účet s roční úrokovou sazbou 4,5 % vložili částku 500 000,- Kč. Po roce peníze vybrali, aby využili výhodnější nabídky jiných bank. Vypočítej, jaký zisk z ročního spoření Maláčovi měli. Počítej se zdaněním 15 %.**

j = 500 000,- Kč

p = 4,5 % i = 0,045

t = 1 rok

ú = ?

ú = j · i · t · 0,85

ú = 500 000 · 0,045 · 1 · 0,85

ú = 19 125,- Kč

**Odpověď: Maláčovi ročním spořením získali 19 125,- Kč.**

1. **Maláčovi z příkladu 1 získaný úrok utratili a částku 500 000,- tentokrát vložili na termínovaný vklad s roční úrokovou mírou 0,05. Vypočítej výsledný kapitál po čtyřech letech spoření. Uvažuj zdanění úroku a počítej dle principu složeného úrokování.**

K0 = 500 000,- Kč

i = 0,05

n = 4 roky

K4 = ?

Kn = K0 · (1 + i · 0,85)n

K4 = 500 000 · (1 + 0,05 · 0,85)4

K4 **≐** 590 574,- Kč

**Odpověď: Výsledný kapitál po čtyřech letech spoření činil 590 574,- Kč.**

1. **Klient si dne 3. 6. 2020 sjednal v bance úvěr ve výši 750 000,- Kč s roční úrokovou mírou 0,089. Úvěr splatil 5. 12. 2020. Kolík Kč klient přeplatil na úrocích?**

podrobný výpočet úrokovací doby:

od 3. 6. do 30. 6.: 28 dní

od 1. 7. do 30. 11.: 5 měsíců: 5 · 30 = 150 (dní)

od 1. 12. do 5. 12.: 4 dny (nezapočteme den splacení, neboť jsme již započítali den sjednání půjčky)

28 + 150 + 4 = 182 (dní) t = $\frac{182}{360}$ roku

j = 750 000,- Kč

i = 0,089

t = $\frac{182}{360}$ roku

ú = ?

ú = j · i · t

ú = 750 000 · 0,089 · $\frac{182}{360}$

ú **≐** 33 746,- Kč

**Odpověď: Klient přeplatil na úrocích částku 33 746,- Kč.**

1. **Babička a dědeček si dne 3. 5. 1970 řekli své „ano“ a na stvrzení velké lásky založili spořicí účet. Vložili symbolický vklad 10 000,- Kč, který banka zhodnocovala 3,2 % ročně. Dohodli se, že pokud jim láska pokvete a vydrží spolu do zlaté svatby, tedy 50 let, naspořené peníze si vyberou a pojedou na cestu kolem světa. Babičce a dědečkovi se manželství vydařilo, oslavili společných 50 let od uzavření sňatku a rozhodli se, že peníze vyberou až na výročí seznámení, kdy spolu oslaví 55 let společného života. Tak se stalo 19. 9. 2024. Vypočítej, zda byla představa seniorů reálná a naspořená částka pokryje vysněnou dovolenou.**

Jedná se o příklad na kombinované úrokování, kdy si celou úrokovací dobu musíme rozložit na tři dílčí doby.

* úrokovací doba 1 – jednoduché úrokování

od 3. 5. 1960 do 31. 12. 1960 … 28 + 7 · 30 = 238 (dní) t = $\frac{238}{360}$ roku

K0 = 10 000,- Kč

p = 3,2 % i = 0,032

t = $\frac{238}{360}$ roku

Kúd1 = ? (výsledný kapitál za 1. úrokovací dobu)

Kk = K0 · (1 + i · t · 0,85)

Kúd1 = 10 000 · (1 + 0,032 · $\frac{238}{360}$ · 0,85)

Kúd1 **≐** 10 179,8 Kč

* úrokovací doba 2 – složené úrokování

od 1. 1. 1961 do 31. 12. 2023 … 63 let

K0 = Kúd1 = 10 179,8 Kč

i = 0,032

n = 63 let

K63 = ?

Kk = K0 · (1 + i · 0,85)n

K63 = 10 179,8 · (1 + 0,032 · 0,85)63

K63 **≐** 55 208,- Kč

* úrokovací doba 3 – jednoduché úrokování

od 1. 1. 2024 do 19. 9. 2024 … 8 · 30 + 18 = 258 (dní) t = $\frac{258}{360}$ roku

K0 = K63 = 55 208,- Kč

i = 0,032

t = $\frac{258}{360}$ roku

Kúd3 = ? (konečný kapitál po uplynutí 3. úrokovací doby)

Kk = K0 · (1 + i · t · 0,85)

Kúd3 = 55 208 · (1 + 0,032 · $\frac{258}{360}$ · 0,85)

Kúd3 **≐** 56 284,- Kč

**Odpověď: Babička s dědečkem na cestu kolem světa spořením nedosáhli, neboť ceny ve 21. století jsou daleko vyšší, než když se babička s dědečkem brali, ovšem důležitější je, že spolu v lásce setrvali celý život.**

1. **Otázka k zamyšlení: Je pro spoření po dobu několika let výhodnější princip jednoduchého nebo složeného úrokování? Jak je tomu pro úvěrové produkty? Své odpovědi zdůvodni.**

Pro spořicí produkty je výhodnější princip složeného úrokování, neboť po uplynutí prvního úrokovacího období se následující úroky počítají ze součtu jistiny a již připsaných úroků, tedy z vyšší částky, a zisk tím narůstá. U úvěru se úrok počítá z rozdílu jistiny a úmoru (části jistiny splacené splátkami), tedy z postupně se snižující hodnoty, a tím úrok klesá. Kdyby se užíval princip jednoduchého úročení, bylo by to pro oba druhy produktů značně nevýhodné.

Autor: Kateřina Dreslerová

Toto dílo je licencováno pod licencí t Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [https://creativecommons.org/choose/?lang=cs]