Exponenciální růst (pokles)

1. Bakterie se v ideálním prostředí velmi rychle množí. Například bakterie *Escherichia coli* se v takových podmínkách každých 20 minut rozdělí na dvě nové bakterie. Vypočítejte, kolik bakterií vznikne z jedné bakterie za hodinu, za dvě hodiny, za jeden den.

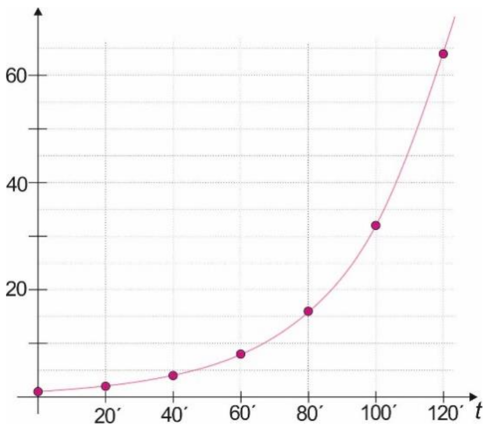
Vzhledem k tomu, že se každých 20 minut počet bakterií zdvojnásobí, můžeme zaznamenat aktuální počet bakterií (v daném čase) do následující tabulky.

čas	0	20´ (= 1·20´)	40´ (= 2·20´)	1 hod (= 3·20´)	1h 20´ (= 4·20´)	1h 40´ (= 5·20´)	2 hod (= 6·20´)
počet bakterií	**1** (=2^0)	**2** (=2^1)	**4** (=2^2)	**8** (=2^3)	**16** (=2^4)	**32** (=2^5)	**64** (=2^6)

Uvedená tabulka odhaluje vztah mezi uplynutým časem (počtem dvacetiminutových intervalů) a počtem bakterií. Nyní již snadno vypočteme, kolik bakterií vznikne z jediné bakterie za jeden den. Den trvá 24 hodin a každá hodina se skládá ze tří dvacetiminutových intervalů. Během dne je tedy $24 \cdot 3 = 72$ dvacetiminutových intervalů, tj. bakterie se běhen dne rozmnoží 72krát. Odtud dostaneme, že celkový počet bakterií, které vzniknou během 24 hodin z jediné bakterie je roven

$$2^{72} = 4\,722\,366\,482\,869\,645\,213\,696 \doteq 4{,}7 \cdot 10^{21}.$$

2. Nakreslete graf znázorňující počet bakterií během prvních dvou hodin z příkladu 1.



Graf znázorňující počet bakterií během prvních dvou hodin představují fialové body (pro lepší představu o rychlosti růstu exponenciální funkce jsme uvedené body proložili čárou, tzv. exponenciálou).

3. Příkladem exponenciálního poklesu může být klesající kapacita baterie elektromobilu. Předpokládejme, že kapacita baterie je na konci každého roku o 3 % menší, než na jeho začátku. Vypočítejte, po kolika letech klesne kapacita baterie pod 75 % své původní hodnoty.

Označme kapacitu nové baterie jako K_0 a kapacitu po n letech jako K_n. Hodnotu K_n vypočteme ze vztahu

$$K_n = (1 - 0{,}03)^n \cdot K_0.$$

Hledaný počet roků n vypočteme ze vztahu

$$0{,}75\,K_0 = (1 - 0{,}03)^n \cdot K_0,$$

což po úpravě dává rovnici

$$0{,}75 = 0{,}97^n.$$

S využitím vlastností funkce logaritmus dostaneme

$$\log_{10} 0{,}75 = n \cdot \log_{10} 0{,}97.$$

Vzhledem k tomu, že

$$\log_{10} 0{,}75 \doteq -\,0{,}124\,938 \quad \text{a} \quad \log_{10} 0{,}97 \doteq -\,0{,}013\,228,$$

vypočteme, že

$$n \doteq 9{,}45.$$

Přibližně po deseti letech bude kapacita baterie na 75 % své původní hodnoty.