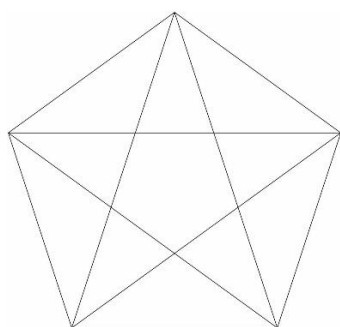


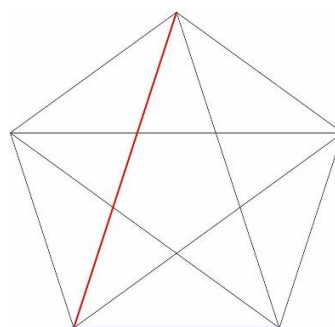
Posvátná geometrie – SŠ – řešení

Ve starověké geometrii hrál velmi důležitou roli poměr nazývaný *zlatý řez*. Úsečka byla rozdělena na dvě části v poměru zlatého řezu, pokud poměr délek celé úsečky a delší části rozdělené úsečky byl stejný, jako poměr delší a kratší části. Pro poměr zlatého řezu se vžilo označení φ a lze spočítat, že $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \doteq 1,618$. Jedním z důvodů, proč byl považován pentagram za posvátný symbol, bylo právě jeho spojení se zlatým řezem.

1) Na obrázku 1a je pentagram, na obrázku 1b jsou vyznačeny dvě jeho úsečky. Ukažte, že poměr délek červené a modré úsečky je poměrem zlatého řezu.



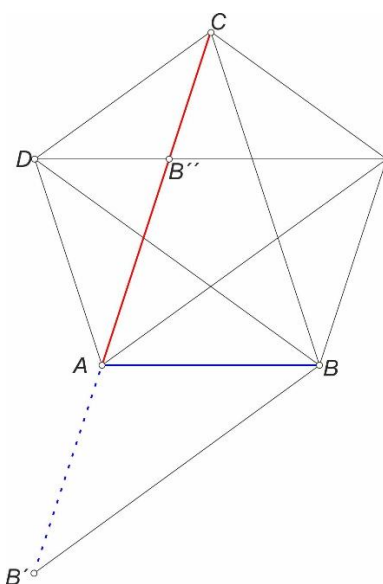
Obr. 1a



Obr.1b

Jednou z možností je označit např. délku modré úsečky 1 a vypočítat, že délka červené úsečky je rovna $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (zdlouhavý a pracný postup).

Jinou možností je nakreslit si vhodný obrázek (obr. 2), vyjít z definice poměru zlatého řezu a využít vlastností podobných trojúhelníků.



Obr. 2.

Z obr. 2 plyne, že rovnoramenné trojúhelníky $CB'B$ a ACD jsou podobné. Dále platí, že

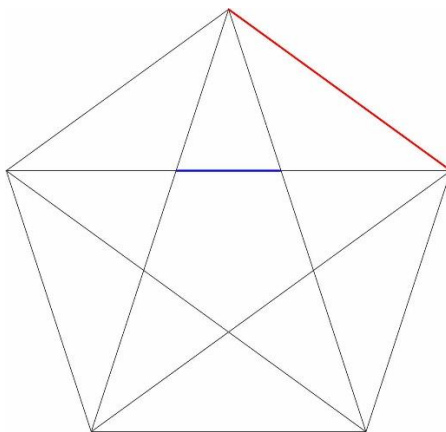
$$|AB| = |AB'| = |AB''| = |AD|.$$

Bod A rozděluje úsečku $B'C$ na kratší část AB' a delší část AC . Z podobnosti trojúhelníku $CB'B$ a ACD plyne, že

$$\frac{|B'C|}{|AC|} = \frac{|AC|}{|AD'|}$$

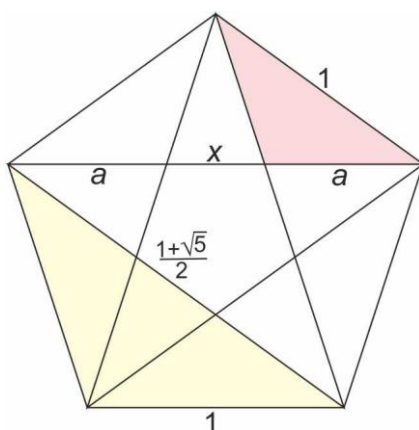
což jsme měli ukázat.

2) Určete poměr délek stran „velkého“ a „malého“ pětiúhelníku v pentagramu na obrázku.



Obr. 3.

Nakreslíme si vhodný obrázek a využijeme výsledky předchozí úlohy.



Vzhledem k tomu, že žlutý a červený trojúhelník jsou podobné, dostaneme vztah



(podobné trojúhelníky mají odpovídající si strany ve stejném poměru)

$$\frac{a}{1} = \frac{1}{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}}$$

Odtud po úpravě plyne, že

$$a = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Z rovnosti

$$2a + x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

po dosazení a úpravě dostaneme, že

$$x = 1 - \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Délky stran velkého a malého pětiúhelníku jsou v poměru $1 : \left(1 - \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$.



Autoři: Eduard Fuchs, Pavel Tlustý, Eva Zelendová

Toto dílo je licencováno pod licencí Creative Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [https://creativecommons.org/choose/?lang=cs].

