Výpočet povrchu těles na přijímačky na SŠ

Procvičuj reálné příklady na přijímací zkoušky z matematiky.

**Cílem kapitoly Problémové úlohy na výpočet povrchu těles je:**

* osvojit si vzorce pro výpočty objemů a povrchů těles;
* tyto vzorce účelně využívat v matematických úlohách a praktickém životě.

**Video:** [**Problémová úloha z přijímaček: Výpočet povrchu těles**](https://edu.ceskatelevize.cz/video/16299-problemova-uloha-z-prijimacek-vypocet-povrchu-teles)

**Tělesa probíraná na základní škole:** krychle, kvádr, válec, hranol, kužel, jehlan, koule



*Tip pro úspěch v této kapitole: Zopakuj si názvy, vlastnosti a vzorce pro objem a povrch těles, se kterými ses dosud ve škole seznámil/a. Hodit se ti mohou také vzorce pro obvody a obsahy rovinných útvarů.*



1. **Povrch pravidelného čtyřbokého hranolu je desetkrát větší než obsah podstavy. Podstavná hrana má délku 4 cm. Vypočítej objem hranolu.**
2. **Mějme kvádr ABCDEFGH. Hrana *b* je dvojnásobkem hrany *a* a hrana *c* je trojnásobkem hrany *a*. Kvádr má objem 162 cm3.**
	1. Vypočítej povrch tělesa.
	2. Kolikrát je větší plocha největší stěny než plocha nejmenší stěny?
3. **Rotační válec má obsah podstavy 28,26 cm2. Objem válce je 282,6 cm3. O každém z následujících tvrzení rozhodni, zda je pravdivé (A), či nikoliv (N). Své odpovědi dostatečně zdůvodni nebo ověř výpočtem.**



* 1. Povrch válce s polovičním rozměrem výšky je roven polovině celého povrchu.
	2. Naplníme-li válec vodou do jedné čtvrtiny výšky, bude povrch smáčené plochy po zaokrouhlení výsledku na celé číslo roven 75 cm2.
1. **Pravidelný čtyřboký hranol má obsah podstavy 49 cm2. Obsah pláště je roven šestinásobku obsahu obou podstav. Vypočítej objem a povrch tělesa.**
2. **Zahradní bazén má tvar kvádru. Podstava má rozměry 5 m a 4 m. Nalijeme-li do bazénu 500 plných kanystrů vody o objemu 60 litrů, bude bazén naplněn ze 75 % celkového objemu. Vypočítej maximální hloubku vody. Voda může sahat nejvýše 10 cm pod okraj.**

**ZÁVĚR**

Zamysli se a odpověz si na otázky:

* Které úkoly se mi dařilo vyřešit bez potíží?
* Který typ úlohy mi dělal potíže?
* Co nového mi práce přinesla?
* Co bych sám/sama sobě doporučil/a pro další vlastní přínos v této kapitole?

Chceš-li, vybarvi vhodný emotikon pro vlastní sebereflexi:



**ŘEŠENÍ:**

1.
* VZOREC PRO OBJEM

V = Sp · v Sp … obsah podstavy

V = a2 · v podstava … čtverec (Sp = a2)

V = 42 · v →Abychom vypočítali objem, potřebujeme znát výšku hranolu

* VZOREC PRO POVRCH

S = 2 · Sp + Spl Spl … obsah pláště (tvořen čtyřmi shodnými obdélníky,

Spl = 4 · a · v)

 S = 2 · a2 + 4 · a · **v** Vyjádříme neznámou *v* ze vzorce.

 v = $\frac{S-2a^{2}}{4 · a}$ Víme, že povrch *S* je desetkrát větší než obsah podstavy Sp:

Sp = a2, tedy Sp = 42, Sp = 16 cm2, S = 10 · 16 = 160 cm2..

Nyní můžeme dosadit do vzorce pro výšku *v*:

 v = $\frac{160-2·4^{2}}{4 · 4}$

v = 8 cm

* ZÁVĚREČNÝ VÝPOČET OBJEMU

V = Sp · v

V = 42 · 8

V = 128 cm3

**Odpověď: Objem hranolu je 128 cm3.**

* 1. Označme si hrany dle zadání (obrázek vpravo):
* POVRCH KVÁDRU

S = 2 · (ab + bc + ac) → neznáme a, b, c

* OBJEM KVÁDRU

V = abc

Dopočítáme hrany a, b, c dosazením za b, c:

162 = a · 2a · 3a

162 = 6a3  /:6

 27 = a3

 a = 3 cm

b = 2 · 3 = 6 cm

c = 3 · 3 = 9 cm

* DOPOČÍTÁNÍ POVRCHU

S = 2 · (3 · 6 + 6 · 9 + 3 · 9)

S = 198 cm2

**Odpověď: Povrch kvádru je 198 cm2.**

* 1.
* OBSAH NEJVĚTŠÍ STĚNY

S1 = bc

S1 = 6 · 9

S1 = 54 cm2

* OBSAH NEJMENŠÍ STĚNY

S2 = ab

S2 = 3 · 6

S2 = 18 cm2

* DOPOČET PODÍLU OBSAHŮ

S1 : S2 = 54 : 18 = 3

**Odpověď: Plocha největší stěny je třikrát větší než plocha nejmenší stěny.**

*Tip: Úlohu lze řešit i úvahou bez výpočtů.*

* 1.
* POVRCH VÁLCE

S1 = *2*πr2 + 2πrv

* POVRCH VÁLCE S POLOVIČNÍM ROZMĚREM VÝŠKY

S2 = *2*πr2 + 2πr · $\frac{1}{2} $v

S2 = *2*πr2+ πrv

* POROVNÁME POVRCH PŮVODNÍHO VÁLCE S DVOJNÁSOBKEM POVRCHU VÁLCE O POLOVIČNÍ VÝŠCE

*2*πr2 + 2πrv ≠ 2 · (*2*πr2+ πrv) *→* Roznásobíme výraz na pravé straně.

*2*πr2 + 2πrv ≠ 4πr2+ 2πrv → Od obou stran rovnice odečteme výraz 2πrv.

*2*πr2 ≠ 4πr2

 S1 ≠ 2S2

*Řešení jednoduchou úvahou:* *Má-li nový válec poloviční rozměr výšky, změní se na polovinu pouze obsah pláště, obsah obou podstav zůstává zachován, celkový povrch se tedy nezměnil na polovinu.*

Odpověď: N.

* 1. Povrch smáčené plochy je tvořen jednou čtvrtinou obsahu pláště a jednou podstavou (kruhem).

Vzorec:

S = πr2 + 2πr$ ·\frac{1}{4} $v

* DOPOČÍTÁME POLOMĚR *r* Z OBSAHU PODSTAVY (zadání)

Sp = πr2

28,26 = 3,14 $· $r2 /:3,14

r2= 9

r = 3 cm

* DOPOČÍTÁME VÝŠKU *v* Z OBJEMU A OBSAHU PODSTAVY (zadání)

V = πr2 $·$ v → Výška je podílem objemu a obsahu podstavy.

v = $\frac{V}{πr^{2}}$

v = 282,6 : 28,26

v = 10 cm

* DOSADÍME DO VZORCE, KTERÝ JSME SI ODVODILI

S = πr2 + 2πr$ ·\frac{1}{4} $v

S = 28,26 + 2$ ·$ 3,14$ ·3 ·$ $\frac{1}{4} ·$ 10

S = 75,36 cm2

S ≐ 75 cm2

**Odpověď: A.**

1. Podstava: čtverec, S = a2, S = 49 cm2 → a = 7 cm

K výpočtu potřebujeme znát délky hran.

Plášť: čtyři shodné obdélníky o straně 7 cm, délku druhé strany dopočítáme z údajů v zadání:

Spl = 6 · 2 Sp

Spl = 12 · 49

Spl = 588 cm2 → obsah jedné stěny (obdélníku): 588 : 4 = 147 cm2

Sstěny = b · c

147 = 7 · c

c = 21 cm

* OBJEM

V = a · b · c

V = 7 · 7 · 21

V = 1 029 cm3

* POVRCH

S = 2 · (ab + bc + ac)

S = 2 · (7 · 7 + 7 · 21 + 7 · 21)

S = 686 cm2

**Odpověď: objem V = 1 029 cm3, povrchS = 686 cm2**

1. 75 % objemu kvádru: 500 · 60 = 30 000 dm3 (l)

100 % objemu: 30 000 : 75 · 100 = 40 000 dm3

Výška kvádru: dopočítáme z celkového objemu (V = abc)

c =$\frac{V}{ab}$

c = $\frac{40 000}{50 · 40}$ Dosazujeme objem v dm3 → rozměry podstavy převádíme na dm.

c = 20 dm = 2 m

Hloubka vody: odečteme 10 cm, tedy 0,1 m:

h = 2 – 0,1

h = 1,9 m

**Odpověď: Hloubka je 1,9 m.**

Autor: Kateřina Dreslerová

Toto dílo je licencováno pod licencí Creative Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [https://creativecommons.org/choose/?lang=cs]