Výpočet obvodu a obsahu na přijímačky na SŠ

Procvičuj reálné příklady na přijímací zkoušky z matematiky.

**Cílem kapitoly Problémové úlohy na výpočet obvodu a obsahu je:**

* osvojit si základní znalosti o vlastnostech rovinných geometrických útvarů a vzorce pro výpočet jejich obvodu a obsahu;
* použít osvojené znalosti v matematických úlohách a praktickém životě.

**Video:** [**Problémová úloha z přijímaček: Výpočet obvodu a obsahu**](https://edu.ceskatelevize.cz/video/16302-problemova-uloha-z-prijimacek-vypocet-obvodu-a-obsahu)

**Probírané základní rovinné geometrické útvary:** čtverec, obdélník, trojúhelník, kružnice, kruh, kosočtverec, kosodélník, lichoběžník



*Tip pro úspěch v kapitole: Zopakuj si vlastnosti rovinných útvarů na obrázku a vzorce pro výpočet jejich obvodu a obsahu.*



1. **Na výrobu draka na obrázku jsme spotřebovali 240 cm2 papíru a dvě špejle. Z údajů na obrázku vypočítej délku delší špejle.**

*Poznámka: Špejle svírají pravý úhel, obrazec je osově souměrný podle delší špejle.*



1. **Zvětšíme-li obdélníku KLMN stranu *k* o 20 % a stranu *m* zmenšíme o 2 cm, dostaneme lichoběžník o obsahu 30 cm2 a výšce 3 cm.**
	1. Vyjádři pomocí proměnné *k* délku základen lichoběžníku.
	2. Vypočítej délky základen lichoběžníku.
2. **V pravoúhlém trojúhelníku XYZ s pravým úhlem při vrcholu Y je strana *x* čtyřikrát kratší než strana *z*. V pravoúhlém trojúhelníku OPQ s pravým úhlem při vrcholu P je strana *o* rovna dvojnásobku strany *z* a strana *q* polovině strany *z*. Obsah trojúhelníku OPQ je 32 cm2. Vypočítej obsah trojúhelníku XYZ.**
3. **Obvod čtverce je o 12,9 cm delší než obvod kruhu o průměru shodném s délkou strany čtverce.**
	1. Pomocí proměnné *a* jako strany čtverce vyjádři vzorec pro obsah kruhu.
	2. Vypočítej rozdíl obsahů obou útvarů.
4. **Obdélník ABCD má stranu *b* o čtvrtinu kratší než stranu *a*. Obdélník OPQR má stranu *o* o polovinu kratší než je délka strany *a* a stranu *p* o 8 cm delší než je dvojnásobek strany *a*. Součet obvodů obou obdélníků je 118 cm.**
	1. Pomocí proměnné *a* jako délky strany obdélníku ABCD vyjádři délky stran *b*, *o*, *p*.
	2. Vypočítej obsahy obou útvarů.

**ZÁVĚR**

Zamysli se a odpověz si na otázky:

* Které úkoly se mi dařilo vyřešit bez potíží?
* Který typ úlohy mi dělal potíže?
* Co nového mi práce přinesla?
* Co bych sám/sama sobě doporučil/a pro další vlastní přínos v této kapitole?

Chceš-li, vybarvi vhodný emotikon pro vlastní sebereflexi:



**ŘEŠENÍ:**

1. Pro lepší názornost si označíme vrcholy útvaru a průsečík úhlopříček.



Celý útvar je tvořen dvěma dvojicemi shodných trojúhelníků.

* VÝPOČET |PC|

Použijeme Pythagorovu větu pro trojúhelník PBC.

|PB| = $\frac{1}{2} \left|DB\right|= $8 cm

|BC|2 = |PC|2 + |PB|2

102 = |PC|2 + 82

100 = |PC|2 + 64

|PC|2 = 36

|PC| = $\sqrt{36}$

|PC|= 6 cm

* OBSAH TROJÚHELNÍKU ABD

Od celkového obsahu odečteme obsah trojúhelníku DBC, dostaneme tak obsah trojúhelníku ABD.

SDBC = $\frac{|DB| · |PC|}{2}$

SDBC = $\frac{16 · 6}{2}$

SDBC = 48 cm2

SABD = 240 – 48

SABD = 192 cm2

* VÝPOČET |AP|

SABD =$ \frac{|DB| · |PA|}{2}$

192 =$ \frac{16 · |AP|}{2}$

384 = 16 $·|AP|$

|AP| = 24 cm

* CELKOVÁ DÉLKA ŠPEJLE

|AC| = |AP| + |PC|

|AC| = 24 + 6

|AC| = 30 cm

**Odpověď: Špejle měří 30 cm.**



a = k + 20 % k … a = 1,2k

c = k − 2

**Odpověď: a = 1,2k; c = k – 2**

Obsah lichoběžníku:

S = $\frac{\left(a + c\right) · v}{2}$

30 = $\frac{\left(1,2k + k-2\right) · 3}{2}$

60 = (2,2k – 2) $· $3

60 = 6,6k – 6

66 = 6,6k

k = 10 cm → a = 1,2 $· $10 = 12 cm

c = k – 2 → 10 – 2 = 8 cm

 **Odpověď: Základny mají délku 12 cm a 8 cm.**

1. SOPQ = $\frac{ \frac{1}{2} z · 2z }{2}$

32 = $\frac{ \frac{1}{2} z·2z }{2}$

64 = z2

z = $\sqrt{64}$

z = 8 cm → x = $\frac{1}{4}$ $·8$ = 2 cm

SXYZ = $\frac{ z · x }{2}$

SXYZ = $\frac{ 8 · 2 }{2}$

SXYZ = 8 cm2

**Odpověď: Obsah trojúhelníku XYZ je 8 cm2.**

* 1. ČTVEREC KRUH

oč = 4a oK = *2*πr; průměr d = a → r = 0,5a → o = *2*π $· $0,5a

 oK = πa

**Odpověď: oK =** πa.

* 1. oč – 12,9 = oK

4a – 12,9 = πa

4a – 12,9 = 3,14a

 0,86a = 12,9

 a = 15 cm → r = 0,5 $·$ 15 = 7,5 cm

Sč = a2 SK = πr2

Sč = 152 SK = 3,14 $· $7,52

Sč = 225 cm2 SK = 176,625 cm2

Sč – SK = 225 – 176,625 = 48,375 cm2

**Odpověď: Rozdíl mezi oběma obsahy je 48,375 cm2.**

1. 
	1.

b = $\frac{3}{4}$ a = 0,75a

o = a - $\frac{1}{2}$ a = $\frac{1}{2}$ a = 0,5 a

p = 2a + 8

**Odpověď: b = 0,75a, o = 0,5a, p = 2a + 8**

* 1. oABCD = 2a + 2b oOPQR = 2o + 2p

oABCD = 2a + 2 $·$ 0,75a oOPQR = 2 $·$ 0,5a + 2 $·(2a+8)$

oABCD + oOPQR = 118 cm

2a + 2 $·$ 0,75a + 2 $·$ 0,5a + 2 $·(2a+8)$ = 118

 2a + 1,5a + a + 4a + 16 = 118

 8,5a + 16 = 118

 8,5a = 102

 a = 12 cm → b = 0,75 $· $12 = 9 cm;

 o = 0,5 $· $12 = 6 cm; p = 2 $· $12 + 8 = 32 cm

SABCD = ab SOPQR = op

SABCD = 12 $· $9 = 108 cm2 SOPQR = 6 $· $32 = 192 cm2

**Odpověď: SABCD = 108 cm2, SOPQR = 192 cm2**

Autor: Kateřina Dreslerová

Toto dílo je licencováno pod licencí Creative Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [https://creativecommons.org/choose/?lang=cs]